2. Übung

- Boolesche Algebra (2. Aufgaben)
- Shannonscher Entwicklungssatz (2 Aufgaben)
- Boolesche Funktionen: (4 Aufgaben)
  - DNF, KNF
  - DMF, KMF

Struktur der Booleschen Algebra

Verknüpfungsgebilde: **BA = [V, ⊕, ⊗]**

Mengenalgebra (MA)		**Boolesche Algebra (BA)**	
	P(M)		V
	$S \in P(M)$ oder $S \subseteq M$		$a \in V$
	$\overline{S}$		$\overline{a}$
Operatoren:	$\cap, \cup$	Operatoren:	$\oplus, \otimes$
Bezugsmenge:	$\mathbf{M} \in P(M)$	Einselement:	$e \in V$
Leere Menge:	$\varnothing \in P(M)$	Nullelement:	$n \in V$

MA ← **Interpretation** — **Abstraktion** → **BA**

Schaltalgebra

Binäre Boolesche Algebra: **Abstraktion**

$$BA2 = [\{n, e\}, \otimes, \oplus]$$

Abstrakt

Schaltalgebra: **Interpretation**

$$SA = [\{0, 1\}, \wedge, \vee]$$

Konjunktion Disjunktion

Huntingtonsche Axiome in der Schaltalgebra

H0. $a \vee b \in \{0,1\}$
$a \wedge b \in \{0,1\}$

H1. $a \vee b = b \vee a$
$a \wedge b = b \wedge a$

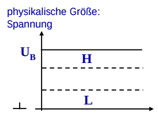
H2. $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$

H3. $a \wedge 1 = a$
$a \vee 0 = a$

H4. $a \wedge \overline{a} = 0$
$a \vee \overline{a} = 1$

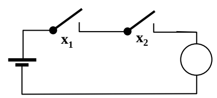
Schaltalgebra

Zweiwertige Signaldarstellung:

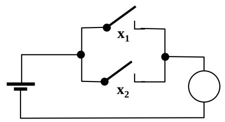


Schaltalgebra

Operationen:



Serienschaltung (ser)



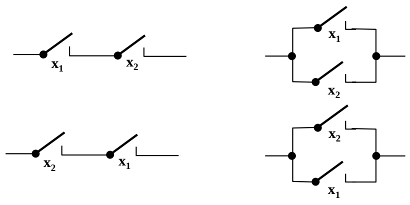
Parallelschaltung (par)

H0: Abgeschlossenheit

x_1 ser $x_2 \in \{L, H\}$ x_1 par $x_2 \in \{L, H\}$

Schaltalgebra

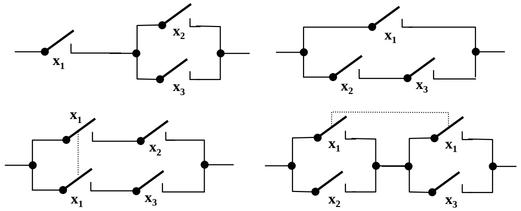
H1: Kommutativgesetze



x_1 ser x_2 = x_1 ser x_2 x_1 par x_2 = x_2 par x1

Schaltalgebra

H2: Distributivgesetz

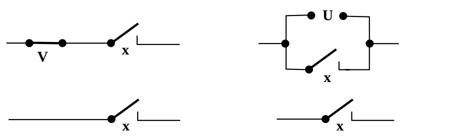


x_1 ser (x_2 par x_3) =
(x_1 ser x_2) par (x_1 ser x_3)

x_1 par (x_2 ser x_3) =
(x_1 par x_2) ser (x_1 par x_3)

Schaltalgebra

H3: Neutrale Elemente

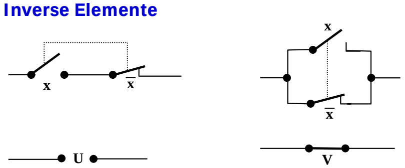


x ser V = x
V: Dauernde Verbindung

x par U = x
U: Dauernde Unterbrechung

Schaltalgebra

H4: Inverse Elemente



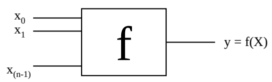
x ser $\overline{x}$ = U x par $\overline{x}$ = V

Voraussetzung: Ideales, gleichzeitiges Schalten

Boolesche Funktionen

Binäre Funktionen **binärer** Variablen

$$\mathbf{f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}}$$



n unabhängige Eingangsvariablen: $\mathbf{x_i \in \{0,1\}}$ **i = 0, ..., n-1**

2ⁿ spezielle Eingangsbelegungen: $\mathbf{B_i \in \{0,1\}^n}$ $\mathbf{i = 0, ..., 2^n-1}$

1 abhängige Ausgangsvariable: $\mathbf{y \in \{0,1\}}$

n Eingangsvariablen ⇒ $\mathbf{2^{2^n}}$ Funktionen

Aufgabe 1

Beweisen Sie die beiden Idempotenzgesetze:

- $\mathbf{a \wedge a = a}$
- $\mathbf{a \vee a = a}$

H3: $x \vee n = x$
H4: $x \wedge \bar{x} = n$
H4: $x \vee \bar{x} = e$
H3: $x \wedge e = x$

$$a \wedge a \overset{H3}{=} (a \wedge a) \vee n \overset{H4}{=} (a \wedge a) \vee (a \wedge \bar{a}) \overset{H2}{=} a \wedge (a \vee \bar{a}) \overset{H4}{=} a \wedge e \overset{H3}{=} a$$

q.e.d.

Aufgabe 1

Dualitätprinzip:

Man ersetze: $\vee \leftrightarrow \wedge$ $\mathbf{0 \leftrightarrow 1}$

Man belasse: $\mathbf{a \leftrightarrow a}$ $\mathbf{\bar{a} \leftrightarrow \bar{a}}$

$$\mathbf{a \wedge a} \overset{H3}{=} \mathbf{(a \wedge a) \vee 0} \overset{H4}{=} \mathbf{(a \wedge a) \vee (a \wedge \bar{a})} \overset{H2}{=} \mathbf{a \wedge (a \vee \bar{a})} \overset{H4}{=} \mathbf{a \wedge 1} \overset{H3}{=} \mathbf{a} \quad \text{q.e.d.}$$

$$\mathbf{a \vee a} \overset{H3}{=} \mathbf{(a \vee a) \wedge 1} \overset{H4}{=} \mathbf{(a \vee a) \wedge (a \vee \bar{a})} \overset{H2}{=} \mathbf{a \vee (a \wedge \bar{a})} \overset{H4}{=} \mathbf{a \vee 0} \overset{H3}{=} \mathbf{a} \quad \text{q.e.d.}$$

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgende Behauptung:

$$\left.\begin{cases} \mathbf{a \vee b = a \vee c} \\ \mathbf{a \wedge b = a \wedge c} \end{cases}\right\} \Rightarrow \mathbf{b = c}$$

Vorr.

Beweis:

$$b \overset{Absorp.}{=} b\,(b \vee a) \overset{H1}{=} b\,(a \vee b) \overset{Vorr.}{=} b\,(a \vee c)$$
$$\overset{H2}{=} (b \wedge a) \vee (b \wedge c) \overset{H1}{=} (a \wedge b) \vee (b \wedge c)$$
$$\overset{Vorr.}{=} (a \wedge c) \vee (b \wedge c) \overset{H2}{=} (a \vee b) \wedge c$$
$$\overset{Vorr.}{=} a \vee$$

Aufgabe 3

$ab\bar{c} \vee \bar{b}c$

Die folgende Boolesche Funktion soll in eine disjunktive Form nach den Variablen **a, b, c** und **d** in dieser Reihenfolge entwickelt werden, jedoch höchstens solange, bis die Restfunktionen nur noch aus einer Variablen bestehen.

$$\mathbf{f(d,c,b,a) = (a \vee b) \wedge (\overline{c \vee d}) \vee (\bar{c}\,\bar{d} \vee a\,b) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})}$$

Entwickeln Sie f(d,c,b,a) schrittweise. Vereinfachen Sie die jeweils gefundenen Restfunktionen nur mit folgenden Regeln:

Aufgabe 3

- Idempotenzgesetz: $\mathbf{a \vee a = a}$ $\mathbf{a \wedge a = a}$
- Rechenregeln für logische Ausdrücke mit Konstanten:

$\mathbf{1 \vee a = 1}$	$\mathbf{0 \vee a = a}$	$\mathbf{a \vee a = 1}$
$\mathbf{0 \wedge a = 0}$	$\mathbf{1 \wedge a = a}$	$\mathbf{a \wedge a = 0}$

$$\mathbf{f(d,c,b,a) = (a \vee b) \wedge (\overline{c \vee d}) \vee (\bar{c}\,\bar{d} \vee ab) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})}$$

Shannonscher Entwicklungssatz:

$$\mathbf{f(x_1, ..., n_x) = [x_i \wedge f(x_1, ..., x_{i-1}, 1, x_{i+1}, ..., x_n)] \vee [\bar{x}_i \wedge f(x_1, ..., x_{i-1}, 0, x_{i+1}, ..., x_n)]}$$

Aufgabe 3

$$f(d,c,b,a) = (a \vee b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee ab) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})$$

Entwicklung nach a:

$$f(d,c,b,a) = a \wedge [\underbrace{(1 \vee b)}_{=1} \wedge \overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee \underbrace{1.b}_{b}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a} \wedge [\underbrace{(0 \vee b)}_{b} \wedge \overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee \underbrace{0.b}_{0}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})]$$

$$= a\,[\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee b) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,[b \wedge \overline{(c \vee d)} \vee \bar{c}\bar{d} \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})]$$

Aufgabe 3

$$f(d,c,b,a) = (a \vee b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee ab) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})$$

Entwicklung nach a:

$$f(d,c,b,a) = (a \vee b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee a\,b) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})$$
$$= a\,[(1 \vee b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee 1\,b) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,[(0 \vee b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee 0\,b) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})]$$
$$= a\,[\underbrace{\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee b) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})}] \vee$$
$$\bar{a}\,[\underbrace{(b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})}]$$

Restfunktionen nach b entwickeln:

Aufgabe 3

$$= a\,[\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee b) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,[(b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})]$$
$$= a\,b\,[\overline{(c \vee d)} \vee \underbrace{(\bar{c}\bar{d} \vee 1)}_{1} \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$a\,\bar{b}\,[\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d} \vee 0) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,b\,[\underbrace{(1) \wedge \overline{(c \vee d)}} \vee (\bar{c}\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,\bar{b}\,[\underbrace{(0) \wedge \overline{(c \vee d)}}_{=0} \vee (\bar{c}\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})]$$
$$= a\,b\,[\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$a\,\bar{b}\,[\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,b\,[\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,\bar{b}\,[(\bar{c}\bar{d}) \wedge \overline{(c \vee d)}]$$

Aufgabe 3

Restfunktionen nach c entwickeln:

$$= a\,b\,[\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$a\,\bar{b}\,[\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,b\,[\overline{(c \vee d)} \vee (\bar{c}\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,\bar{b}\,[(\bar{c}\bar{d}) \wedge \overline{(c \vee d)}]$$
$$= a\,b\,c\,[\overline{(1 \vee d)} \vee (\bar{1} \vee \bar{d})] \vee a\,b\,\bar{c}\,[\overline{(0 \vee d)} \vee (\bar{0} \vee \bar{d})] \vee$$
$$a\,\bar{b}\,c\,[\overline{(1 \vee d)} \vee (\bar{1}\bar{d}) \wedge (\bar{1} \vee \bar{d})] \vee$$
$$a\,\bar{b}\,\bar{c}\,[\overline{(0 \vee d)} \vee (\bar{0}\bar{d}) \wedge (\bar{0} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,b\,c\,[\overline{(1 \vee d)} \vee (\bar{1}\bar{d}) \wedge (\bar{1} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,b\,\bar{c}\,[\overline{(0 \vee d)} \vee (\bar{0}\bar{d}) \wedge (\bar{0} \vee \bar{d})] \vee$$
$$\bar{a}\,\bar{b}\,c\,[(\bar{1}\bar{d}) \vee \overline{(1 \vee d)}] \vee \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}\,[(\bar{0}\bar{d}) \vee \overline{(0 \vee d)}]$$

Aufgabe 3

$$f(d,c,b,a) = a\,b\,c\,\bar{d} \vee a\,b\,\bar{c}\,1 \vee \cancel{a\,\bar{b}\,c\,0} \vee a\,\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d} \vee$$
$$\cancel{\bar{a}\,b\,c\,0} \vee \bar{a}\,b\,\bar{c}\,\bar{d} \vee \cancel{\bar{a}\,\bar{b}\,c\,0} \vee \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d}$$

$$f(d,c,b,a) = a\,b\,c\,\bar{d} \vee a\,b\,\bar{c}\,(d \vee \bar{d}) \vee a\,\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d} \vee$$
$$\bar{a}\,b\,\bar{c}\,\bar{d} \vee \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d}$$

Disjunktive Normalform:

$$f(d,c,b,a) = a\,b\,c\,\bar{d} \vee a\,b\,\bar{c}\,d \vee a\,b\,\bar{c}\,\bar{d} \vee a\,\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d} \vee$$
$$\bar{a}\,b\,\bar{c}\,\bar{d} \vee \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d}$$

Dualitätsprinzip

Dualitätprinzip:

Man ersetze: $\vee \leftrightarrow \wedge$ $\quad 0 \leftrightarrow 1$

Man belasse: $a \leftrightarrow a$ $\quad \bar{a} \leftrightarrow \bar{a}$

Shannonscher Entwicklungssatz:

Disjunktive Form:

$$f(x_1, \dots, n_x) = x_i \wedge f(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n] \vee [\bar{x}_i \wedge f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n]$$

Konjunktive Form:

$$f(x_1, \dots, n_x) = [x_i \vee f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n] \wedge [\bar{x}_i \vee f(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n]$$

Aufgabe 4

Die folgende Boolesche Funktion soll in eine konjunktive Form entwickelt werden:

$$\underbrace{c\bar{0}}_{c} \vee \underbrace{\bar{c}.0}_{0}$$

$$f(c,b,a) = (a \vee b) \leftrightarrow (c \vee (a \not\leftrightarrow c))$$

$$= a \vee [\underbrace{(0 \vee b)}_{b} \Leftrightarrow (c \vee \underbrace{(0 \not\Leftrightarrow c)}_{c})] \wedge$$
$$\bar{a} \vee [\underbrace{(1 \vee b)}_{1} \Leftrightarrow (c \vee \underbrace{(1 \not\Leftrightarrow c)}_{\bar{c}})]$$
$$= \{a \vee [b \Leftrightarrow c]\} \wedge \{\underbrace{\bar{a} \vee 1}_{1}\}$$
$$= [a \vee (b \Leftrightarrow c)]$$

b	a	$\Leftrightarrow$	$\not\Leftrightarrow$
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

DNF: $\bar{b}\bar{a} \vee b\,a$

KNF: $(b \vee \bar{a}) \wedge (\bar{b} \vee a)$

$\Leftrightarrow$

DNF: $\bar{b}\,a \vee b\,\bar{a}$

KNF: $(b \vee a) \wedge (\bar{b} \vee \bar{a})$

$$a \vee (b \Leftrightarrow c)$$
$$b \Leftrightarrow c = [b \wedge (0 \Leftrightarrow c)] \vee [\bar{b} \wedge (1 \Leftrightarrow c)]$$
$$= [b \wedge \bar{c}] \vee [\bar{b} \wedge c)$$
$$\neg f = a \vee ((b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{b} \wedge c))$$
$$f(c,b,a) = (a \vee b \vee \bar{c}) \wedge (a \vee \bar{b} \vee c)$$
$$= MAXt(4, 2)$$

Aufgabe 5: "Farmer´s Dilemma"

Farmer, Wolf, Ziege und ein Kohlkopf befinden sich auf einer Flussseite. Der Farmer besitzt ein Boot, welches ihn selbst sowie einen weiteren Gegenstand trägt. Er möchte nun mit allen Gütern auf die andere Seite des Flusses gelangen. Unglücklicherweise frisst der Wolf die Ziege bzw. die Ziege den Kohlkopf, wenn er diese unbeaufsichtigt lässt. Zur Vereinfachung sei angenommen, dass die Überfahrt keine Zeit benötigt, der Bauer also entweder am linken oder am rechten Ufer ist.

Damit nun der Bauer nicht versehentlich Wolf und Ziege bzw. Ziege und Kohl allein lässt, soll ein Warnsystem aufgebaut werden, welches in diesen Fällen Alarm auslöst.

Die Buchstaben **f, w, z,** und **k** bezeichnen Farmer, Wolf, Ziege und den Kohlkopf. Ist der Wert einer solchen Variablen **0 (1)**, dann befindet sich der entsprechende Gegenstand auf der **linken** (**rechten**) Flussseite.

- Geben Sie die Funktionstabelle der Alarmfunktion **a (f,w,z,k)** an

Lösung

Funktionstabelle:

f	w	z	k	a
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

- DNF?
- KNF ?
- Dilemma-Lösung ?

DNF: Farmer‘s Dilemma

f	w	z	k	a
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$a(f,w,z,k) = MINt(3, 6, 7, 8, 9, 12)$$
$$= \bar{f}\bar{w}zk \vee \bar{f}wz\bar{k} \vee \bar{f}wzk \vee$$
$$f\bar{w}\bar{z}\bar{k} \vee f\bar{w}\bar{z}k \vee fw\bar{z}\bar{k}$$

KNF: Farmer‘s Dilemma

f	w	z	k	a
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$a(f,w,z,k) = MAXt(0, 1, 2, 4, 5, 10, 11, 13, 14, 15)$$
$$= (f \vee w \vee z \vee k) \wedge (f \vee w \vee z \vee \bar{k}) \wedge \dots$$
$$(\bar{f} \vee \bar{w} \vee \bar{z} \vee k) \wedge (\bar{f} \vee \bar{w} \vee \bar{z} \vee \bar{k})$$

Aufgabe 6

Bestimmen Sie die beiden Normalformen der Schaltfunktion
$f(c,b,a) = \bar{c} \vee b\,\bar{a}$

c	b	a	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Aufgabe 6

Bestimmen Sie die beiden Normalformen der Schaltfunktion
$f(c,b,a) = \bar{c} \vee b\,\bar{a}$

c	b	a	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Aufgabe 7

Es soll eine Notstop-Schaltung für einen mobilen Roboter realisiert werden. Der Roboter hat drei Sensoren, die drohende Kollisionen mit Hindernissen erkennen. Der Roboter darf weiterfahren, wenn mindestens zwei Sensoren keine Kollisionsgefahr melden.

- Geben Sie die Schaltfunktion der Schaltung in disjunktiver Normalform an
- Vereinfachen Sie die DNF soweit wie möglich

Aufgabe 7

$s_1 = 0$
$s_i = 1$ Gefahr

s_2	s_1	s_0	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

DNF:

$f(s_2, s_1, s_0) = \text{MINt}(3, 5, 6, 7)$

$= \bar{s}_2 s_1 s_0 \vee s_2 \bar{s}_1 s_0 \vee s_2 s_1 \bar{s}_0 \vee s_2 s_1 s_0$

$= \bar{s}_2 s_1 s_0 \vee s_2 \bar{s}_1 s_0 \vee s_2 s_1$

$\left[= (s_2 s_1 \vee s_2 \bar{s}_1) s_0 \vee s_2 s_1 \right]$

Aufgabe 8

Es soll eine Schaltnetz entworfen werden, das die Summe von zwei Dualziffern a_i und b_i addiert und dabei den Übertrag c_{in} aus der vorhergehenden Stelle berücksichtigt. Ausgabevariablen sind die Summe s_i und der bei der Addition evtl. entstehende Übertrag c_{out}

$ü_n$
$b_{n-1} \dots b_1 \; b_0$
$a_{n-1} \dots a_1 \; a_0$
s_0

- Geben Sie die Funktionstabelle an
- Geben Sie die DNF von s_i an
- Geben Sie die KNF von c_{out} an

Aufgabe 8

Funktionstabelle

a_i	b_i	c_{in}	s_i	c_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Aufgabe 8

DNF von s_i:

a_i	b_i	c_{in}	s_i	c_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$s_i(a_i, b_i, c_{in}) = \text{MINt}(1, 2, 4, 7)$

$= \bar{a}_i \bar{b}_i c_{in} \vee \bar{a}_i b_i \bar{c}_{in} \vee a_i \bar{b}_i \bar{c}_{in} \vee a_i b_i c_{in}$

Aufgabe 8

KNF von c_{out}

a_i	b_i	c_{in}	s_i	c_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$c_{out}(a_i, b_i, c_{in}) = \text{MAXt}(0, 1, 2, 4)$

$= (a_i \vee b_i \vee c_{in})(a_i \vee b_i \vee \bar{c}_{in})(a_i \vee \bar{b}_i \vee c_{in})(\bar{a}_i \vee b_i \vee c_{in})$