Übungsblatt 6

Vorlesung Theoretische Grundlagen der Informatik im WS 10/11

Ausgabe 20. Januar 2010
Abgabe 3. Februar 2011, 11:00 Uhr (im Kasten im UG von Gebäude 50.34)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Bringen Sie folgende kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform:

$$S \longrightarrow A \mid aB \mid aC, \quad B \longrightarrow S \mid Ba, \quad D \longrightarrow d \mid dDD,$$
$$A \longrightarrow B \mid C \mid cAd, \quad C \longrightarrow D \mid c.$$

Aufgabe 2 (1+3 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G_3 = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$ und $V = \{A, B, S, X\}$. Die Regelmenge R sei gegeben durch:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AX \mid AB \\ X &\rightarrow SB \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

(a) Läßt sich der CYK-Algorithmus auf G_3 anwenden? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) Prüfen Sie mithilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort $aaabbb$ in $L(G_3)$ liegt, nachdem G_3 gegebenenfalls so angepasst wurde, dass der Algorithmus anwendbar ist.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie, dass die kontextfreien Sprachen unter Spiegelung abgeschlossen sind. Die Spiegelung einer Sprache entsteht durch Spiegelung aller Wörter der Sprache, d. h. die Spiegelsprache L^R ist gegeben durch $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$. $w^R = w_k \cdots w_1$ bezeichne dabei das Spiegelwort von $w = w_1 \cdots w_k$.

Aufgabe 4 (3+3 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Sprachen nicht kontextfrei sind:

(a) $L_1 = \{w \in \{a,b,c\}^* : |w|_a = |w|_b = |w|_c\}$, wobei — wie üblich — $|w|_x$ für die Häufigkeit des Buchstabens x im Wort w stehe.

(b) $L_2 = \{a^i b^i c^j \mid j \leq i\}$

Aufgabe 5 (1+1+4 Punkte)

Über dem Alphabet $\Sigma = \{(,)\}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke gegeben (s. Hinweis). Ferner ist die Grammatik $G_{()}$ gegeben, die genau $L_{()}$ erzeugt. Dabei ist $G_{()} = (\{(,)\}, \{S\}, S, R)$ mit

$$R = \{S \to \epsilon | SS | (S)\}$$

(a) Was ist das maximale k, so dass $G_{()}$ Chomsky-Typ k hat?

(b) Gibt es eine Grammatik mit Chomsky-Typ $k+1$, die $L_{()}$ erzeugt? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Bestimmen Sie eine Grammatik G' für $L_{()} \setminus \{\epsilon\}$ in Greibach-Normalform

Hinweis: Die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke ist wie folgt festgelegt: Ein Wort aus Σ^* gehört zu L genau dann, wenn es gleich viele öffnende wie schließende Klammern beinhaltet und jedes Präfix von w mindestens genauso viele öffnende wie schließende Klammern enthält. Ein Präfix eines Wortes $w = u_1 u_2 \ldots u_n$ ist ein Teilwort $u_1 u_2 \ldots u_k$ von w mit $k \leq n$.

Aufgabe 6 (1+2+2+2+2 Punkte)

Sei $\mathcal{A} = (\{s,q\}, \{a,b\}, \{Y,Z\}, \delta, s, Z, \{q\})$ der Kellerautomat mit der folgenden Übergangsrelation δ:

$$\begin{array}{lcllcl} (s,a,Z) & \mapsto & (s,YZ), & (s,\epsilon,Z) & \mapsto & (s,\epsilon) \\ (s,a,Y) & \mapsto & (s,YY), & (q,a,Y) & \mapsto & (q,\epsilon) \\ (s,b,Y) & \mapsto & (q,Y), & (q,b,Z) & \mapsto & (s,Z) \end{array}$$

(a) Ist $\mathcal{A}$ deterministisch?

(b) Dokumentieren Sie eine akzeptierende Berechnung des Wortes *aabaab*. Geben Sie dazu für jeden Schritt die aktuelle Konfiguration an.

(c) Geben Sie die Sprache L_F, die von $\mathcal{A}$ durch einen akzeptierenden Endzustand erkannt wird, an und begründen Sie Ihre Aussage.

(d) Geben Sie die Sprache L_ϵ, die von $\mathcal{A}$ durch leeren Stack erkannt wird, an und begründen Sie Ihre Aussage.

(e) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die Sprache L_ϵ an.