



## Übungsblatt 11

11.1.2002

### Aufgabe 1 Abschlußeigenschaften

(Bierwald)

Eine Familie  $\mathcal{F}$  von Mengen heißt abgeschlossen bezüglich Schnitt, Vereinigung oder Komplementbildung, falls für alle  $A, B \in \mathcal{F}$  auch  $A \cap B \in \mathcal{F}$ ,  $A \cup B \in \mathcal{F}$  oder  $\bar{A} \in \mathcal{F}$  gilt. Füllen Sie die folgende Tabelle aus und begründen Sie Ihre Antworten.

Kontextfreie Sprachen	Reguläre Sprachen	Aufzählbare Mengen	abgeschlossen bzgl.
			Vereinigung
			Schnitt
			Komplement

### Aufgabe 2 Aufzählbarkeit

(Bierwald)

Zeigen Sie, daß die Menge  $M = \{i : \text{Dom}(\varphi_i) \neq \emptyset\}$  aufzählbar ist.

### Aufgabe 3 Paarfunktion

(Käufel)

a) Seien  $f: X \rightarrow Y$  und  $g: Y \rightarrow X$  zwei Funktionen mit der Eigenschaft  $g(f(x)) = x$  und  $f(g(y)) = y$ . Zeigen Sie, daß  $f$  und  $g$  bijektiv sind,  $f^{-1} = g$  und  $g^{-1} = f$ .

b) Zeigen Sie die Bijektivität der Paarfunktion.

c) Zeigen Sie, daß jede endliche Folge von natürlichen Zahlen durch eine natürliche Zahl kodiert werden kann und daß diese Funktion berechenbar ist.

### Aufgabe 4 Signumfunktion, Aufzählbarkeit endlicher Mengen

(Käufel)

a) Die Signumfunktion hat den Wert 0, wenn ihr Argument 0 ist und 1 sonst. Geben Sie ein While-Programm für diese Funktion an. Wie hängt das „gedeckelte“ Plus  $\oplus$  mit der Signumfunktion zusammen?

b) Beweisen Sie Satz 11.8, Teil 1 (siehe Skript). Verwenden Sie dabei die in Aufgabe 6, Übungsblatt 10 als berechenbar nachgewiesene Funktion.

Abgabe der Aufgabe 2 zur Korrektur bei Ihrem Tutor in der Zeit vom 14.–18.1.2002.