



Übungsblatt 5

16.11.2001

Aufgabe 1 Endlicher Akzeptor für das Komplement einer regulären Sprache (Bierwald)
 Gegeben sei ein endlicher Akzeptor A für eine reguläre Sprache L . Wie erhält man einen endlichen Akzeptor \bar{A} , der das Komplement von L , also $\bar{L} = T^* - L$, akzeptiert?

Aufgabe 2 Produktkonstruktion (Bierwald)
 Es seien A und B deterministische Akzeptoren über dem Eingabealphabet T . Alle Produktionen seien von der Form $qx ::= q'$ mit $x \in T$ und q, q' aus der jeweiligen Zustandsmenge. Die nachfolgende Tabelle beschreibt den Produktakzeptor $A \times B$.

	A	B	$A \times B$
Zustandsmenge	Q	R	$Q \times R$
Eingabealphabet	T	T	T
Startzustand	q_0	r_0	(q_0, r_0)
Finalmenge	F_A	F_B	$F_A \times F_B$
Produktionen	Π_A	Π_B	Π

mit $\Pi = \{(q, r)a ::= (q', r') : qa ::= q' \in \Pi_A, ra ::= r' \in \Pi_B\}$

Zeigen Sie, daß für alle $q, q' \in Q$, $r, r' \in R$ und $w \in T^*$ gilt:

Wenn $qw \Rightarrow q'$ mit Produktionen aus Π_A und $rw \Rightarrow r'$ mit Produktionen aus Π_B , dann auch $(q, r)w \Rightarrow (q', r')$ mit Produktionen aus Π und umgekehrt.

Welche Sprache akzeptiert $A \times B$? Beweisen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3 Pumplemma für reguläre Grammatiken (Bierwald)
 Das Pumplemma für reguläre Grammatiken lautet:

Zu jeder regulären Grammatik G gibt es eine Zahl $n \geq 0$, so daß jedes Wort $z \in L(G)$ mit $|z| \geq n$ in Teilworte $u, v, w \in T^*$ zerlegt werden kann, also $z = uvw$, mit $|uv| \leq n$, $v \neq \varepsilon$ und $uv^i w \in L(G)$ für alle $i \geq 0$.

Zeigen Sie mit Hilfe dieses Lemmas, daß die Sprache $\{a^n b^n : n \geq 0\}$ nicht regulär sein kann.

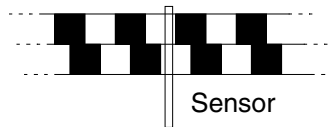
Aufgabe 4 Reguläre Ausdrücke, Teilmengenkonstruktion (Bierwald)

Geben Sie einen vollständigen, deterministischen Akzeptor ohne spontane Übergänge an, der die Sprache $L(a + (bc)^*)$ akzeptiert. Konstruieren Sie dazu zunächst einen unvollständigen endlichen Akzeptor, der spontane Übergänge besitzen darf und bestimmen Sie anschließend den zugehörigen Teilmengenakzeptor.

Aufgabe 5 Moore- und Mealy-Automaten (Schuster)

Erstellen Sie die Zustandsübergangsdiagramme von Moore- und Mealy-Automaten für

- a) Einer-Komplement: Invertieren Sie einen eingehenden Bit-Strom.
- b) Parität: Überprüfen Sie die Parität eines Bit-Stroms. Es werden immer Gruppen von 4 Bits gesendet. Davon sind die ersten 3 Bits Informationen und das 4. Bit ergänzt die Information auf eine gerade Parität. Beispiel: 0000 1001 0101 1100
- c) Gray-Code: Ein Modulo-10-Zähler soll mit einem digitalen Drehrad gesteuert werden. Auf dem Drehrad wurde nebenstehende Gray-Code-Skala aufgebracht. Anhand der am Sensor anliegenden Werte kann die Drehrichtung ermittelt werden. Eine Drehung in die eine Richtung soll den Zähler vermindern, in die andere Richtung erhöhen.



Aufgabe 6 Relationenalgebra (Käuffl)

Zur Relation R , ist $R^{-1} := \{(b, a) : (a, b) \in R\}$ die zur R gehörende konverse Relation. Sind R und S Relationen, dann ist $RS := \{(a, b) : \text{es gibt ein } c \text{ mit } (a, c) \in R \text{ und } (c, b) \in S\}$.

Zeigen Sie:

- a) Sind R und S Äquivalenzrelationen, dann auch $R \cap S$.
- b) Das Relationenprodukt ist assoziativ und erfüllt die Distributivgesetze $P(R \cup S) = PR \cup PS$ und $(R \cup S)P = RP \cup SP$. Weiters gilt $R^i R = RR^i$.
- c) $(R \cup R^{-1})^*$ ist die kleinste Äquivalenzrelation, die R umfaßt.
- d) R ist genau dann transitiv, wenn $RR \subseteq R$. Ist R zusätzlich reflexiv, dann $RR = R$.
- e) Ist das Produkt der Äquivalenzrelationen R und S kommutativ ($RS = SR$), dann ist RS die kleinste Äquivalenzrelation, die R und S umfaßt.

Abgabe der Aufgaben 5.a und b zur Korrektur bei Ihrem Tutor in der Zeit vom 19.11. bis 23.11.2001.