Prof. Dr. Jacques Calmet
Dipl.-Math. Ralf Eberhardt
Dipl.-Inform. Regine Endsuleit

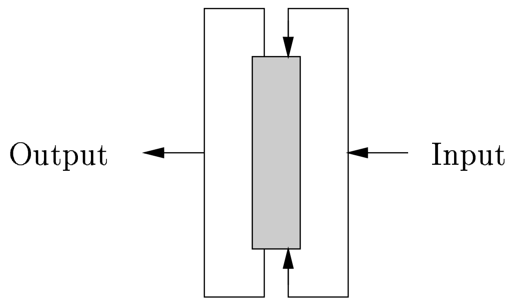
Sommersemester 2005
30. Mai 2005

Aufgabe 1 $3 + 3 = 6T$

Abstrakte Datentypen

a) Gegeben sei ein ADT Dschlange mit Elementen aus der Menge Element, der ähnlich wie eine Schlange aufgebaut ist. Als Verallgemeinerung ist aber an beiden Enden sowohl das Einfügen als auch das Ausfügen von Elementen erlaubt.

Eine graphische Veranschaulichung des ADT's mit den erlaubten Operationen finden Sie in der nachfolgenden Abbildung:



Geben Sie für die folgenden Operationen die Signatur und die Axiome an:

`LeereDschlange` : Konstante für die leere Dschlange
`ausfügenRechts` und `ausfügenLinks` : löschen des Elements rechts bzw. links
`EinfügenRechts` und `EinfügenLinks` : anfügen eines Elements rechts bzw. links
`linkes` und `rechtes` : ermitteln des Elements ganz links bzw. ganz rechts
`dschlangeLeer` : Prüfung ob die Dschlange leer ist

Sie können Haskell-Notation verwenden.

b) Zeigen Sie, daß jeder Term der Form

`linkes(t)`,

mit `t` Term vom Typ `Dschlange`, durch die Axiome in eine Normalform x mit x∈Element überführbar ist. Die Normalform ist dann genau dadurch gekennzeichnet, das in ihr keine Operationen der Schlange mehr vorkommen. Z.B. ist `y` die Normalform von (in Term-Notation)

`linkes(EinfügenRechts (EinfügenLinks(LeereDschlange,y),x)`

Aufgabe 2 $2T$

Datenstrukturen

Unter einem Stapel (auch Keller genannt) versteht man eine Datenstruktur, auf die nur mit eingeschränkten Ein- und Ausfügeoperationen zugegriffen werden kann. Die Einfügeoperation, die mit dem Namen PUSH bezeichnet wird, legt jeweils ein Element der Eingabefolge als oberstes Element auf dem Stapel ab. Die Ausfügeoperation POP entfernt das oberste Element des Stapels.

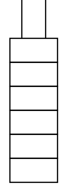
Wir betrachten nun die Permutationen, die aus der Folge $1, 2, ..., n$ erzeugt werden können.

Zeigen Sie, daß die Anzahl dieser Permutationen gleich

$$\binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1}$$

ist.

Ist z.B. $n = 2$, so wird die Permutation $1, 2$ durch die Operationsfolge PUSH,POP,PUSH,POP erzeugt. Die Permutation $2, 1$ wird durch PUSH,PUSH,POP,POP erzeugt. Die Operationsfolge PUSH,POP,POP,PUSH ist beispielsweise unzulässig, erzeugt also auch keine Permutation.



Aufgabe 3 $3T$

<u>Datenstrukturen</u> Zeigen Sie, wie man zwei Stacks mit nur einer Reihung der Größe n implementieren kann, so daß zum einen die *push* und *pop* Operationen mit Aufwand $O(1)$ realisiert werden können und zum anderen keiner der beiden Stacks überläuft, es sei denn, daß die Gesamtzahl der Elemente der beiden Stacks größer als n wird.

Aufgabe 4 $2 + 2 + 2 = 6T$

<u>Hashen</u> Im Gegensatz zum verketteten Hashen, bei dem kollidierende Werte in Listen eingefügt werden, werden beim linear verschobenen Hashen die Schlüssel direkt in der Reihung abgespeichert. Für einen Schlüssel k wird dabei überprüft, ob an der Stelle $h(k)$ bereits ein Schlüssel steht. Ist dies der Fall, so werden die Stellen $h(k) + c, h(k) + 2c, ...$ untersucht, wobei c eine Konstante ist (beispielsweise $c = 1$).

Gegeben sei nun eine Reihung der Länge 13. Die Schlüssel

5, 1, 19, 23, 14, 17, 32, 30, 2

sollen in die anfangs leere Reihung eingetragen werden. Dabei sei $c = 1$ und $h(k) = k \; mod \; 13$.

a) Geben Sie die Reihungen für das verkettete Hashen und das linear verschobene Hashen an.

b) Geben Sie die Anzahl der beim Einfügen betrachteten Hashtabellenplätze für beide Verfahren an.

c) Welche Kosten sind für eine erfolgreiche Suche zu erwarten, wenn nach jedem Datum mit gleicher Wahrscheinlichkeit gesucht wird?

   Die Kosten seien hierbei die Anzahl der Lesezugriffe auf die Reihung.

Aufgabe 5 $2 + 2 = 4T$

<u>Die Türme von Hanoi</u>

Gegeben seien drei Stapel A, B und C. Der Stapel A besteht aus n Scheiben verschiedener Größen, die von unten nach oben in absteigender Größe aufeinander liegen. Die beiden anderen Stapel sind leer. Ziel ist es, alle Scheiben auf den Stapel B zu transferieren, wobei der Stapel C als Ablage verwendet werden kann. Auf jedem der Stapel darf zu keiner Zeit eine größere Scheibe auf einer kleineren liegen.

a) Leiten Sie eine Rekurrenz für die minimale Anzahl der benötigten Schritte her.

b) Geben Sie eine geschlossene Form für den Aufwand $T(n)$ an. Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Abgabe bis **Mo. 06.06.2005** 12.00 Uhr in die Kästen im UG des Informatikneubaus