Übungsblatt 12
FORMALE SPRACHEN

Abgabe: bis Freitag 28.01.2005, 13:00 Uhr in die Einwurfkästen im Untergeschoß des neuen Informatikgebäudes am Fasanengarten

Erreichbare Punkte: 5 P / 60 T
(Praktische Aufgaben / Theoretische Aufgaben)

Hinweis:
Alle Programmieraufgaben sind unter Verwendung der in der Vorlesung vorgestellten In-/Out-Klassen zu erstellen und (ähnlich wie die Beispielprogramme im Skript) in ausführlicher Form zu kommentieren.
Versehen Sie die Programme mit Eingabeüberprüfungen, die sicherstellen, dass der Anwender korrekte Daten eingegeben hat.

1 GRAMMATIKEN

1.1 Ableitung (2T)

Gegeben sei die Grammatik G = ({a,b,c},{A,S},{A},{A → aS I Sc I b, S → AbA I abc }). Zeigen Sie, dass aaaabcbbbb ∈ L(G).

Lösung zu *Ableitung*

Durch folgende Kette von Anwendungen der Produktionsregeln
A → aS → aAbA → aAbb → aaSbb → aaAbAbb → aaAbbbb → aaaSbbbb → aaaabcbbbb
ergibt sich für die Grammatik G, dass das Wort aaaabcbbbb aus A abgeleitet werden kann.

Daher gilt aaaabcbbbb ∈ L(G).

1.2 Chomsky-Grammatiken (4T)

Geben Sie zu folgenden Grammatiken den höchsten Typ an, zu dem die Grammatik gehört. Begründen Sie Ihre Antwort.

a) G=(Σ, N, P, A), Σ={a, b}, N={A, B}, A={A},
P={ A → B
B → BB
B → a
}

b) G=(Σ, N, P, A), Σ={a, b}, N={A, B}, A={A},
P={ A → B
B → Ba
B → b
}

c) G=(Σ, N, P, A), Σ={a, b}, N={A, B}, A={A},
P={ A → Ba | Bb
Ba → aa

$Bb \rightarrow bb$
}

d) $G=(\Sigma, N, P, A)$, $\Sigma=\{a, b\}$, $N=\{A, B\}$, $A=\{A\}$,
P={ $A \rightarrow bB$
$B \rightarrow Ba$
$B \rightarrow a$
}

Lösung zu *Chomsky-Grammatiken*

a) CH2
- Alle Produktionen sind kontextfrei (daher CH2).
- Die zweite Produktion ist weder rechts- noch linkslinear (daher nicht CH3).

b) Die Sprache ist CH3, die Grammatik CH2
- Alle Produktionen sind kontextfrei (daher CH2).
- Die Produktion $A \rightarrow B$ ist nicht linkslinear (daher nicht CH3).

c) CH1
- Die zweite und dritte Produktion sind kontextsensitiv und ε-frei (daher CH1 und nicht CH2 bzw. CH3).

Alternativ:
- Alle Produktionen sind längenbeschränkt und ε-frei (daher CH1 und nicht CH2 bzw. CH3).

d) CH2
- Die Produktionen sind kontextfrei (daher CH2).
- Da sowohl links- als auch rechtslineare Produktionen vorhanden sind, ist sie nicht CH3.

1.3 Sprachen und Grammatiken (13T)

Geben Sie zu den folgenden Sprachen den Typ der zugehörigen Chomsky-Grammatik sowie eine entsprechende Grammatik an, die diese Sprache erzeugt.

a) $L_a=\{a^nb^n \mid n \in N, n \geq 1\}$ (2T)
b) $L_b=\{a^nb^{2n} \mid n \in N, n \geq 1\}$ (2T)
c) $L_c=\{ab^n \mid n \in N\}$ (2T)
d) $L_d=\{a^{2n}b^nc^n \mid n \in N, n \geq 1\}$ (2T)
e) $L_e=\{a^nc^kb^n \mid n,k \in N, n \geq 1\}$ (2T)
f) $\Sigma = B \cup Z$, wobei $B = \{a,b,...,z\}$ und $Z = \{0,1,...,9\}$, $L_f = B(B \cup Z)^*$ (3T)

Lösung zu *Sprachen und Grammatiken*

a) CH2
$G_a=(\Sigma,N,P,A)$, $\Sigma=\{a,b\}$, $N=\{A\}$, $A=\{A\}$,
P={ $A \rightarrow aAb \mid ab$ }

b) CH2
$G_b=(\Sigma,N,P,A)$, $\Sigma=\{a,b\}$, $N=\{A\}$, $A=\{A\}$,
P={ $A \rightarrow abb \mid aAbb$ }

c) CH3
$G_c=(\Sigma,N,P,A)$, $\Sigma=\{a,b\}$, $N=\{A,B\}$, $A=\{A\}$,
P={ $A \rightarrow aB \mid a$
$B \rightarrow b \mid bB$
}

d) CH2
P={ A -> aaABC | aaBC

CB -> BC
aB -> ab
bB -> bb
bC -> bc
cC -> cc
}
G_d=(Σ,N,P,A), Σ={a,b}, N={A,C}, A={A},
P={ A→ aabC | aaAbC,
Cb → bC,
C → c
}
e) CH2
G_e=(Σ,N,P,A), Σ={a,b}, N={A,C}, A={A},
P={ A→ ab | aCb | aAb,
C → cC | c
}
f) CH3
G_f=(Σ,N,P,A), Σ = B ∪ Z, wobei B = {a,b,...,z} und Z = {0,1,...,9}, N={A,B,D}, A={A},
Die erzeugte Sprache besteht aus allen Zeichenreihen, die mit einem Buchstaben beginnen und auf den beliebig viele Buchstaben oder Ziffern folgen können.
P={ A→ a | b | … | z | Aa | Ab | … |Az | A0 | A1 | … | A9 }

1.4 Erweiterte Backus-Nauer-Form (6T)

a) Geben Sie die folgende Grammatik in EBNF an. (2T)
G=(Σ, N, P, A), Σ={a, b}, N={A, B}, A={A},
P={ A → B
B → BB
B → a
}

b) Geben Sie die folgende Grammatik in EBNF an. (2T)
G=(Σ, N, P, A), Σ={a, b}, N={A, C}, A={A},
P={ A → abC | aAbC
Cb → bC
Ca → Ac
C → c
}

c) Geben Sie zu der vorliegenden EBNF eine entsprechende Grammatik an. (2T)
A = AT | A"ts".
T = "a".

Lösung zu *Backus-Nauer-Form*

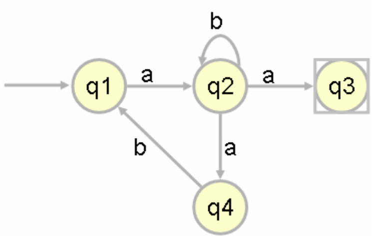
a) A = B.
B = BB | "a".
b) Nicht möglich, da nicht kontextfrei.
c) G=(Σ, N, P, A), Σ={t, s, a}, N={A, T}, A={A},
P={ A →AT | Ats
T → a

}

2 ENDLICHE AUTOMATEN

2.1 Graphen und Automaten (10T)

Gegeben ist folgender Graph, der einen endlichen Automaten darstellt.



a) Geben Sie die formale Beschreibung des Graphen an. (2T)
b) Handelt es sich bei dem Automaten um einen Mealy- oder einen Moore-Automaten? Begründen Sie Ihre Antwort. (1T)
c) Ist der Automat vollständig? Begründen Sie Ihre Antwort. (1T)
d) Ist der Automat deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort. (1T)
e) Welche Sprache akzeptiert der Automat? (2T)
f) Welchen Chomsky-Typ hat die Sprache? Begründen Sie Ihre Antwort. (1T)
g) Geben Sie die Grammatik zu der akzeptierten Sprache an. (2T)

Lösung zu *Graphen und Akzeptoren*

a) $A=(\Sigma,Q,q_1,F,P)$, $\Sigma=\{a,b\}$, $Q=\{q_1,q_2,q_3,q_4\}$, $F=\{q_3\}$,$P=\{ q_1a\rightarrow q_2, q_2a\rightarrow q_3, q_2a\rightarrow q_4, q_2b\rightarrow q_2, q_4b\rightarrow q_1\}$
b) Es handelt sich um den häufigsten Spezialfall eines Moore-Automaten, den Akzeptor, da keine Ausgaben bei den Zustandsübergängen (Mealy) vermerkt sind. Die Ausgabe des Automaten erfolgt dabei nicht bei allen Zuständen sondern nur bei den Endzuständen.
c) Nein, beispielsweise fehlt im vierten Zustand ein Verhalten für die Eingabe a.
d) Nein, im zweiten Zustand ist das Verhalten bei der Eingabe von a nicht eindeutig.
e) L = {a{{b}[aba]}a}
f) CH3, da sie von einem endlichen Automaten akzeptiert wird.
g) $G = (\Sigma, N, P, A)$, $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{A, B, C, D\}$, $A = \{A\}$,

P = { $A\rightarrow aB$
$B\rightarrow bB \mid aC \mid a$
$C\rightarrow bD$
$D\rightarrow aB$
}

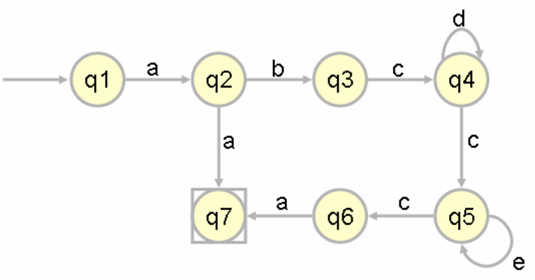
2.2 Akzeptoren und Java (5T, 5P)

Gegeben ist folgende Grammatik:
$G = (\Sigma, N, P, A)$, $\Sigma=\{a, b, c, d, e\}$, $N=\{S, A, B, C, D, E \}$, $A=\{S\}$,
P = { $S \rightarrow aA$
$A \rightarrow bB \mid a$
$B \rightarrow cC$

$C \rightarrow dC \mid cD$
$D \rightarrow eD \mid cE$
$E \rightarrow a$
}

a) Geben Sie den Graphen des Akzeptors für die durch G erzeugte Sprache an. (5T)
b) Implementieren Sie diesen Akzeptor in Java. Nach der Eingabe eines Buchstaben (jeweils abgeschlossen durch ein Return) soll immer der Name des neu erreichten Zustands ausgegeben werden.

Lösung zu *Akzeptoren und Java*
a)



b)
Das Programm wird in der Rechnerübung behandelt.

2.3 Reguläre Ausdrücke (10T)

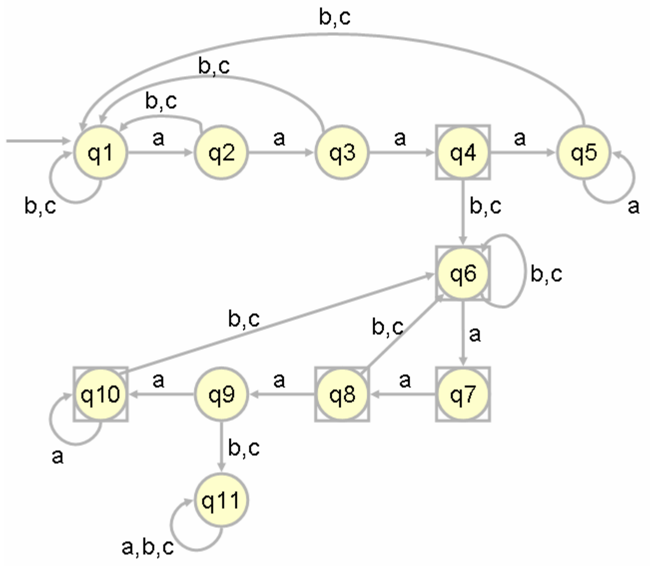
Gegeben ist folgende Klasse von Sprachen über dem Alphabet Σ={a, b, c}:
L_n= { Das Wort enthält genau einmal eine Folge von a der Länge n, die nicht Teil einer Folge von a mit einer Länge > n ist}

a) Geben sie L_4 als Regulären Ausdruck an. (4T)
b) Geben sie den Akzeptor für L_3 an (6T)

Lösung *Reguläre Ausdrücke*
a)
L_4 = (b+c)*((a+aa+aaa+aaaaaa*)(b+c)(b+c)*)*aaaa((b+c)(b+c)*a+aa+aaa+aaaaaa*))*(b+c)*

Hinweis zum Aufbau des Ausdrucks:
L_4 =“Alles außer vier a in Folge“aaaa“Alles außer vier a in Folge“

b)



2.4 Reguläre Ausdrücke, Automaten und ein Supermarkt (10T)

a) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der das Einkaufen in einem Supermarkt beschreibt. (5T)

Atomare Aktionen seien:

- Laden betreten (b)
- Laden verlassen (v)
- Einkaufswagen verschieben (s)
- Produkt in den Einkaufswagen legen (p)
- bezahlen (z)

Den Einkaufswagen erhält man am Eingang beim Betreten des Ladens und gibt ihn beim Verlassen am Ausgang zurück. Die Produkte entnimmt man den Warenregalen. Die Warenregale, der Eingang, der Ausgang und die Kasse sind voneinander soweit entfernt, dass man den Einkaufswagen dazwischen verschieben muss.

Beachten Sie, dass Sie nichts zu bezahlen brauchen, wenn Sie keine Waren im Einkaufswagen haben. Der Laden kann auch ohne etwas zu kaufen wieder verlassen werden. Ein Einkaufswagen soll jedoch stets mitgeführt werden.

Beachten Sie weiter, dass die Kunden nicht unbedingt zielstrebig auf ein Regal zulaufen müssen, um ein Produkt in den Einkaufwagen zu legen. Sie können auch zwischen den verschiedenen Regalen hin- und herlaufen und falls sie etwas Interessantes finden, dieses in den Einkaufswagen legen.

Falls der Kunde etwas bezahlt, gibt er danach direkt den Einkaufswagen ab und verlässt den Laden.

b) Konstruieren Sie aus dem regulären Ausdruck von Teilaufgabe (a) einen deterministischen endlichen Automaten. (5T)

Lösung *Reguläre Ausdrücke, Automaten und ein Supermarkt*

a)

bss*((pp*ss*)(pp*ss*)*zs)v+v)

b)