

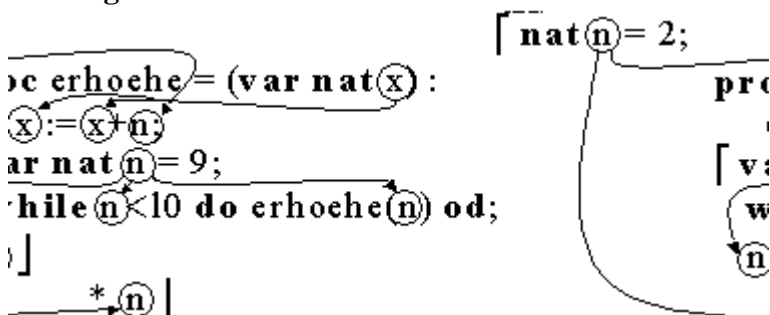


## Musterlösungen zum Übungsblatt 14

### Lösung

#### 1. Gültigkeit und Lebensdauer (II)

##### Teilaufgabe 1:



##### Teilaufgabe 2:

Es sei  $n^*$  der Identifikator im inneren Block des Programmabschnitts.

	Lebensdauer			Gültigkeit		
	n	x	$n^*$	n	x	$n^*$
nat n = 2	•			•		
proc erhoehe = (var nat x) :	•	•		•	•	
x := x+n;	•	•		•	•	
var nat n = 9:	•		•			•
while n < 10 do erhoehe(n)	•		•			•
n ]	•		•			•
* n ]	•			•		

##### Teilaufgabe 3:

Statische Bindung: Das Ergebnis des Abschnitts ist  $erhoehe(9) * 2 = (2+9) * 2 = 22$ .

Dynamische Bindung: Das Ergebnis des Abschnitts ist  $erhoehe(9) * 2 = (9 + 9) * 2 = 36$ .

### Lösung

## 2. Rekursive Prozeduren: Aufrufbaum

### Teilaufgabe 1:

$s = [19, 13, 17, 11, 15]$

### Teilaufgabe 2:

Parameter von merge:

Die merge übergebenen Parameter markieren Anfang, Mitte und Ende einer  $s'$  Teilsequenz von  $s$ .

$u$ : Index des ersten Elementes von  $s'$ .

$o$ : Index des letzten Elementes von  $s'$ .

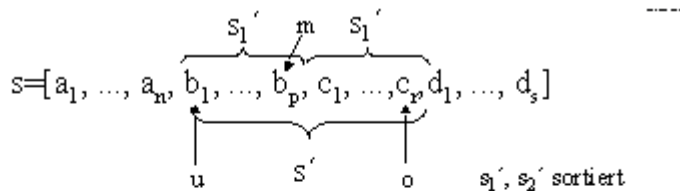
$m$ : Index des mittleren Elementes von  $s'$  (Wird berechnet als  $(u+o) \div 2$ ).

Funktion von merge:

Die Teilsequenz  $s'$  besteht aus zwei sortierten Teillisten  $s_1'$  und  $s_2'$ :  $s_1'$  geht von  $u$  bis  $m$ ,  $s_2'$  von  $m+1$  bis  $o$  ( $u, m, o$  sind Indizes der jeweiligen Elemente in  $s$ ).

Merge erzeugt nun aus  $s_1'$  und  $s_2'$  eine einzige sortierte Liste  $t$  (bestehend aus den Elementen von  $s_1'$  und  $s_2'$ ). Anschließend wird  $s'$  in  $s$  durch  $t$  ersetzt.

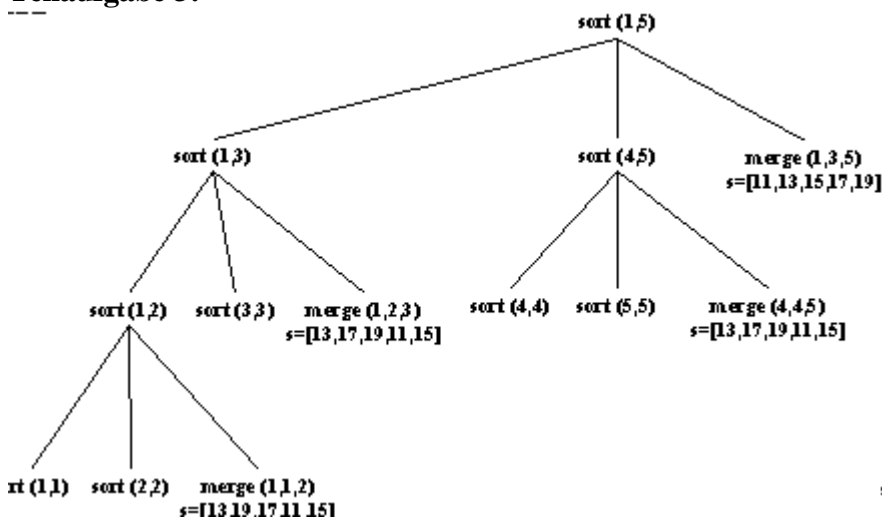
### Graphisch:



$\xrightarrow{e(u,m,o)}$   $s = [a_1, \dots, a_n] \quad \text{merge} \quad [d_1, \dots, d_s]$

$t$  sortiert, mit  $\{b_1, \dots, b_p, c_1, \dots, c_q\}$  Elemente von  $t$ .

### Teilaufgabe 3:



50

## Lösung

### 3. Zusicherungsmethode

a)

t	n	
[7, 3, 6, 4, 3, 1]	0	vor 1. Schleifendurchlauf
[3, 6, 4, 3, 1]	0	nach 1. Schleifendurchlauf
[6, 4, 3, 1]	1	nach 2. Schleifendurchlauf
[4, 3, 1]	1	nach 3. Schleifendurchlauf
[3, 1]	1	nach 4. Schleifendurchlauf
[1]	2	nach 5. Schleifendurchlauf
[]	2	nach 6. Schleifendurchlauf

Funktion von S: In der Variable n wird gezählt, wie viele Listenelemente mit dem Wert a in der Sequenz l auftreten.

b)

Bevor die Schleife erstmals durchlaufen wurde, gilt  $t = l$  aufgrund der Zuweisung zu Beginn. Mit  $r = []$  ergibt sich  $\text{conc}(r, t) = \text{conc}([], l) = l$ .

In jedem Schleifendurchlauf wird jeweils das erste Element von t entfernt. t ist also stets eine Teilsequenz von l, wobei nach dem i-ten Schleifendurchlauf das k-te Element von t mit dem i+k-ten ( $k = 1, 2, 3, \dots; i = 1, 2, 3, \dots$ ) Element von l übereinstimmt.

Es seien also  $l = [l_1, \dots, l_i, l_{i+1}, \dots, l_n]$  und  $t = [t_1, \dots, t_m] = [l_{i+1}, \dots, l_n]$ . Wählt man also für r eine Teilliste von l, die vom 1. bis zum i-ten Element von l geht, also  $r = [l_1, \dots, l_i]$ , so gilt wieder  $\text{conc}(r, t) = \text{conc}([l_1, \dots, l_i], [l_{i+1}, \dots, l_n]) = [l_1, \dots, l_i, l_{i+1}, \dots, l_n] = l$ . Nach Verlassen der Schleife ist  $t = []$ . Mit  $r = [l_1, \dots, l_i] = l$  gilt wieder die Invariante, da  $\text{conc}(r, []) = \text{conc}([l_1, \dots, l_i], []) = l$ .

c) Die Zusicherungen werden wie folgt ergänzt:

(1)		{true}
(2)	<b>var seq m</b> t := l;	
(3)		{t = l}
(4)	<b>var m x</b> := a;	
(5)		{t = l $\wedge$ x = a}
(6)	<b>var nat n</b> := 0:	
(7)		{t = l $\wedge$ x = a $\wedge$ n = 0}
(8)		{ $\exists r: l = \text{conc}(r, t) \wedge n = \#_a(r) \wedge x = a$ }
(9)	<b>while</b>	
(10)	$\neg \text{isempty}(t)$	
(11)	<b>do</b>	
(12)		{ $\neg \text{isempty}(t) \wedge \exists r: l = \text{conc}(r, t) \wedge n = \#_a(r) \wedge x = a$ }
(13)	<b>if</b>	

(14)	$\text{first}(t) \stackrel{?}{=} x$	
(15)	<b>then</b>	
(16)		$\{\text{first}(t) = x \wedge \neg \text{isempty}(t) \wedge \wedge r: l = \text{conc}(r,t) \wedge n = \#x(r) \wedge x = a \}$
(17)		$\{\exists r: l = \text{conc}(r, \text{rest}(t)) \wedge n+1 = \#_a(r) \wedge x = a \}$
(18)	$n := n+1$	
(19)		$\{\exists r: l = \text{conc}(r, \text{rest}(t)) \wedge n = \#_a(r) \wedge x = a \}$
(20)	<b>else</b>	
(21)		$\{\text{first}(t) \neq x \wedge \neg \text{isempty}(t) \wedge \wedge r: l = \text{conc}(r,t) \wedge n = \#x(r) \wedge x = a \}$
(22)		$\{\exists r: l = \text{conc}(r, \text{rest}(t)) \wedge n = \#_a(r) \wedge x = a \}$
(23)	<b>nop</b>	
(24)		$\{\exists r: l = \text{conc}(r, \text{rest}(t)) \wedge n = \#_a(r) \wedge x = a \}$
(25)	<b>fi;</b>	
(26)		$\{\exists r: l = \text{conc}(r, \text{rest}(t)) \wedge n = \#_a(r) \wedge x = a \}$
(27)	$t := \text{rest}(t);$	
(28)		$\{\exists r: l = \text{conc}(r,t) \wedge n = \#_a(r) \wedge x = a \}$
(29)	<b>od</b>	
(30)		$\{\text{isempty}(t) \wedge \exists r: l = \text{conc}(r, \text{rest}(t)) \wedge n = \#_a(r) \wedge x = a \}$
(31)		$\{n = \#_a(1)\}$

---