Universität Karlsruhe

Informatik 1 WS 00/01

Institut für Telematik, Forschungsgruppe C&M
Prof. Dr. S. Abeck, R. Scholderer

Abgabe bis: 16.01.2001 14:00 Uhr

Übungsblatt 10

Aufgabe

1. l -Kalkül: frei und gebunden

Bestimmen Sie die gebundenen und die freien Variablen in den folgenden λ-Ausdrücken. Beachten Sie: Ist x Argument einer Lambda-Abstraktion λx.G in der Form (λx.G)x, so wird x nicht durch λx gebunden.

a) (λx. (λy.z (λz.z (λx.y))))
b) (λx. (λy.x z (y z))) (λx.y (λy.y))

Aufgabe

2. l -Kalkül: Auswertung

Werten Sie die folgenden λ-Ausdrücke aus. Geben Sie bei jedem Umformungsschritt an, ob Sie α-, β- oder η-Konversion verwendet haben.
Setzen Sie zur Auswertung der sich ergebenden arithmetischen Ausdrücke Präfixnotation voraus.

Bemerkung: Im Allgemeinen ist Arithmetik mit dem λ-Kalkül wesentlich komplexer, als in dieser Aufgabe dargestellt. (Die natürliche Zahl 2 würde durch λf.(λx. f(f (x))) dargestellt.) Zur Vereinfachung gehen wir hier davon aus, dass die entsprechenden Zahlen und artihmetischen Funktionen bereits definiert sind und durch die Symbole 0,1,2,3,... und +,-,*,/ repräsentiert sind. Mit ihnen kann man unter Verwendung von Präfixnotation mit den bekannten Rechenregeln rechnen.

a) (λx. (λy.- y x)) 4 5
b) (λf. (λx.f 4 x)) (λy .(λx.+ x y)) 3
c) (λx. (λx.+ (- x 1)) x 3) 9
d) (λx. (λy.(λx.+ x) y) x) 4

Aufgabe

3. Klammergebirge und Klammertiefe

In dieser Aufgabe soll das "Klammergebirge" untersucht werden. Es sei S eine formale Sprache, bestehend aus Zeichenfolgen über den Terminalzeichen T = {(,)}, die eine korrekte Reihenfolge von öffnenden und schließenden Klammern darstellen ("Klammergebirge").
Beispiele von korrekt geklammerten Zeichenfolgen sind: (), ()(), (()), (())()((()))(()), ...
Die leere Zeichenfolge ε zählen wir hier nicht zu den im Klammergebirge zulässigen Zeichenfolgen.

Zu jeder geklammerten Zeichenfolge läßt sich eindeutig die maximale Zahl der ineinander geschachtelten Klammern angeben. Diese maximale Zahl wird als Klammertiefe bezeichnet.
(Der Ausdruck "()" hat die Klammertiefe 1, der Ausdruck ((())()) hat die Klammertiefe 3, usw.)
Hierdurch wird die Sprache S wie folgt in Sprachen S_i aufgeteilt:
S_i enthält alle Klammergebirge mit einer Klammertiefe $\leq$ i.
$S_i \subset S_{i+1} \subset S$ für $n \geq 1$.

Teilaufgabe 1:
Geben Sie Beispiele für Wörter aus S_1, S_2, S_3 an und beschreiben Sie die Sprachen informell.

Teilaufgabe 2:
Es sei nun $T_1 = S_1$ und $T_i = S_{i+1} \backslash S_i$, i >1.
Geben Sie formal die Sprachen T_i, $i \geq 1$ an. Verwenden Sie zur Strukturierung (falls nötig) eckige Klammern [ ].
Wie lautet die Grammatik G_i zu T_i ?
Hinweis: Sie dürfen auf der rechten Seite von Produktionen für Terminale Wörter wie x^n $x \in \Sigma^*$ verwenden, wobei x^n die n-fache Aneinanderreihung des Wortes x bezeichnet. (Bsp: $S \rightarrow S(^6$ darf hier verwendet werden und bedeutet $S \rightarrow$ S((((((.)

Aufgabe

4. Klammergebirge als regulärer Ausdruck und in BNF-Notation

Gegeben ist das Klammergebirge aus Aufgabe *Klammergebirge und Klammertiefe.*

Teilaufgabe 1: Jede Sprache S_i lässt sich offensichtlich durch einen regulären Ausdruck beschreiben. Es sei R_i ein regulärer Ausdruck für die Sprache S_i ist, so ist z.B.

$$R_1 = \{()\}^+$$

Geben Sie R_2 und R_3 an.

Teilaufgabe 2: Definieren Sie die Sprachen S_i $i \in \mathbf{N}\backslash\{0\}$ induktiv durch die regulären Ausdrücke R_i. Verwenden Sie $S_1=R_1=\{ ( ) \}^+$ als Induktionsanfang und geben Sie dann für die Sprache S_{i+1} den regulären Ausdruck R_{i+1} unter der Verwendung von R_i an. ($i \geq 1$)
Warum lässt sich die Sprache S für das Klammergebirge nicht durch einen regulären Ausdruck beschreiben? (Beachten Sie: Bei der Definition eines regulären Ausdrucks R darf R nicht auf der rechten Seite vorkommen.)

Teilaufgabe 3: Geben Sie nun die Sprache S für das Klammergebirge in BNF-Notation an.
Hinweis: Betrachten Sie dazu die Gleichungen für die regulären Ausdrücke R_1 und R_{i+1}.
