



Musterlösungen zum Übungsblatt 4

Lösung

1. Semi-Thue-System: Strichfolgen-Verdopplung (1,5 Punkte)

Regeln:

$0| \rightarrow ||0$ (1)

$00 \rightarrow \varepsilon$ (2)

Eingabewort $0||0$:

$0||0 \rightarrow^{(1)} ||0||0 \rightarrow^{(1)} |||0|0 \rightarrow^{(1)} ||||00 \rightarrow^{(2)} ||||$

Die Strichfolgen-Verdopplung funktioniert nicht ohne die Begrenzung des Eingabewortes durch Nullen. Ohne Nullen, würde das Semi-Thue-System nicht terminieren.

Eine 0 zu Beginn an den Anfang des Wortes zu setzen (vgl. Markov-Algorithmen) funktioniert hier auch nicht, da Regeln an beliebiger Stelle angewendet werden dürfen und ε zwischen allen Zeichen stehen kann. ($\varepsilon \rightarrow 0$ funktioniert also nicht)

Ohne ein solches Hilfszeichen wie eine Null, kann eine Strich-Verdopplung jedoch beliebig oft stattfinden. Das bedeutet, dass das System nicht terminiert.

Es gilt: Das Eingabewort und das nach einer Regelanwendung entstehende Wort müssen unterscheidbar sein. Eine Überführung von $| \rightarrow --$ würde eine adäquate Verdoppelung leisten, entspricht aber nicht der Spezifikation der Strichfolgen-Verdoppelung.

Lösung

2. Umwandlung eines Markov-Algorithmus (1 Punkt)

a) Kommentare

1. $LO\alpha \rightarrow O\alpha L$ (ein O nach einer Folge von L's nach Links sortieren)
2. $\alpha LL \rightarrow L\alpha L$ (α wird weitergeschoben, um den nächsten Fall zu betrachten)
3. $\alpha OO \rightarrow O\alpha O$ (α wird weitergeschoben, um den nächsten Fall zu betrachten)

4. $\alpha OL \rightarrow O\alpha L$ (α wird weitergeschoben, um den nächsten Fall zu betrachten)
5. $\alpha LO \rightarrow O\alpha L$ (L und O werden getauscht; α ein Zeichen weitergeschoben)
6. $\alpha \rightarrow \cdot$ (Halteregel)
7. $\epsilon \rightarrow \alpha$ (Schiffchen wird erzeugt)

Der Algorithmus sortiert in einem beliebigen Eingabewort aus O's und L's die O's nach links und die L's nach rechts.

b) Semi-Thue-System

$LO \rightarrow OL$

Lösung

3. Grammatik und Überführungen (1Punkt)

a) Grammatik-Typ : CH-3 Grammatik. Die Form der Regeln ist ausschließlich $X \rightarrow x$ oder $X \rightarrow xY$ (rechtslineare Grammatik)

b) Die Grammatik in BNF lautet:

$\langle S \rangle ::= a\langle B \rangle \mid b\langle A \rangle$

$\langle X \rangle ::= a\langle B \rangle \mid b\langle A \rangle$

$\langle A \rangle ::= a \mid a\langle X \rangle$

$\langle B \rangle ::= b \mid b\langle X \rangle$

Lösung

4. Graphen: Beziehung Eckenanzahl - Kantenanzahl (2,5 Punkte)

a) Annahme: $k(x) = x^2 - x$

Ind.-Anf.: $x = 1: k(1) = 1^2 - 1 = 0$

Ind.-Vor.: Die Annahme gelte für alle $x \neq x_0$ ($x_0 \in \mathbb{N}$ beliebig, aber fest)

Ind.-Schritt: $x \rightarrow x+1:$

Kommt zu einem Graphen mit x Ecken eine hinzu, so kommen zu jeder der bisherigen Ecken eine Hin- und eine Rückkante, also insgesamt $2x$ Ecken hinzu. Also:

$$k(x+1) = k(x) + 2x = x^2 - x + 2x + 1 - 1 = x^2 + 2x + 1 - x - 1 = (x+1)^2 - (x+1)$$

b) Annahme:

$$k(x) = \sum_{i=1}^x i - x = \sum_{i=1}^{x-1} i = \frac{1}{2}x(x-1)$$

Ind.-Anf: $x = 1: k(1) = 0$

Ind.-Vor.: Die Annahme gelte für alle $x \leq x_0$ ($x_0 \in \mathbf{N}$ beliebig, aber fest)

Ind.-Schritt:

Es kommt zu jeder der vorherigen Ecken eine Kante, die zur neuen Ecke führt, hinzu.

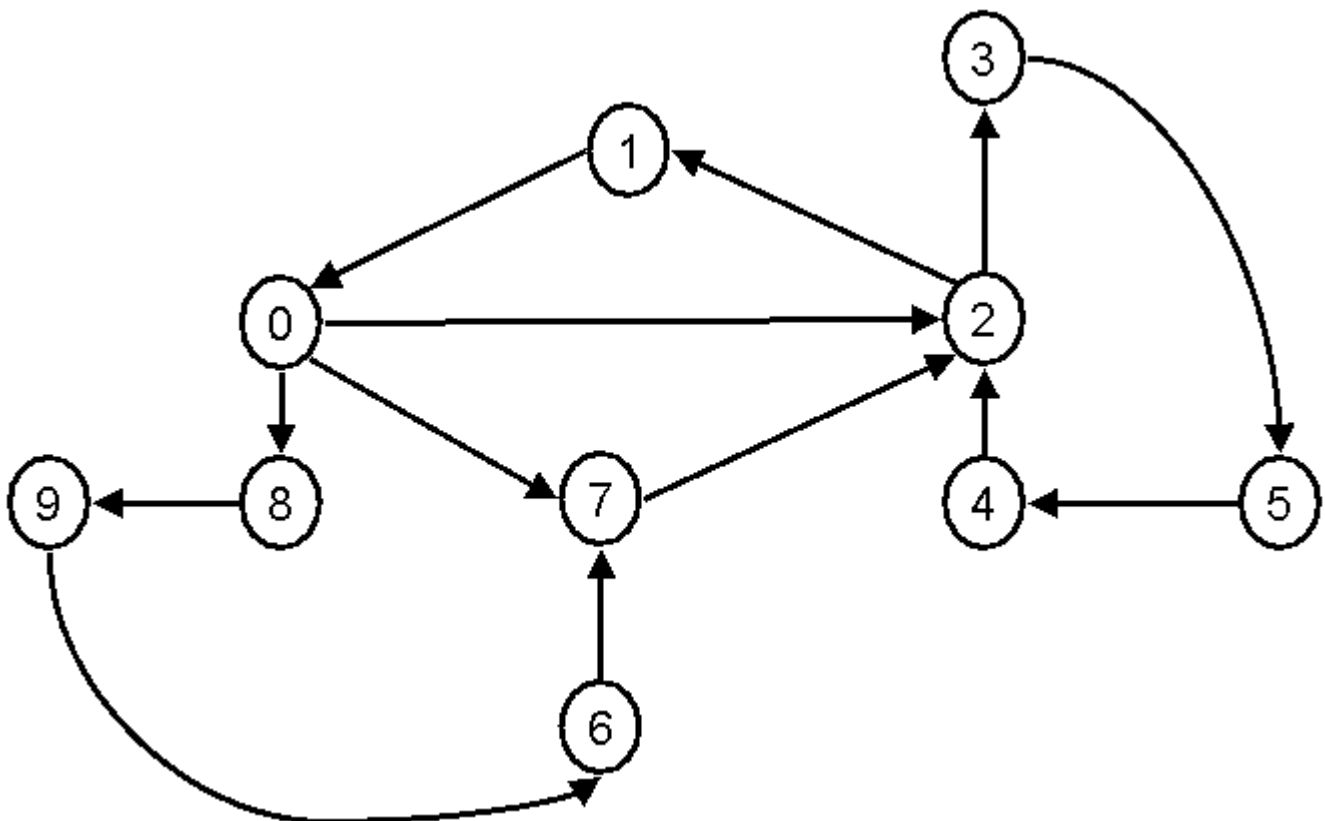
Insgesamt kommen also x Ecken hinzu.

$$x \rightarrow x + 1: k(x + 1) = k(x) + x = \sum_{i=1}^{x-1} i + x = \sum_{i=1}^x i = \frac{1}{2}x(x+1)$$

Lösung

5. Graphen: Internet (2 Punkte)

a) Abstrakte Darstellung des Internet



b) Der Graph ist ungerichtet, wenn die Leitungen bidirektional Datenpakete zwischen Systemen transportieren und gerichtet, wenn die Leitungen unidirektional, also nur in eine Richtung Datenpakete senden.

c) Die Tabelle stellt die Knoten mit ihrem Eingangs- und Ausgangsgrad dar.

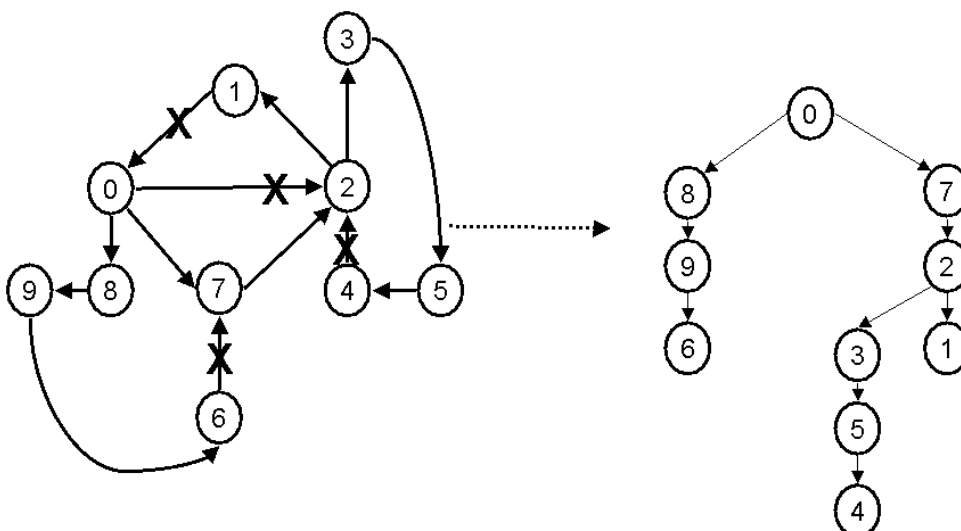
Knoten	Eingangsgrad $ e^- $	Ausgangsgrad $ e^+ $
e0	1	3
e1	1	1
e2	3	2
e3	1	1
e4	1	1
e5	1	1
e6	1	1
e7	2	1
e8	1	1
e9	1	1

Gesamtgrad des Graphen: $\text{grad}(g) = 13$ ($\text{grad}(g) = \sum |e^-| = \sum |e^+|$)

Lösung

6. Vom Graphen zum Baum (2 Punkte)

a) Im folgenden ist der Übergang vom Graphen zum Baum dargestellt.



b) Jegliche Informationen, die vom linken Teilbaum des Knotens e0 in den rechten geschickt werden, laufen auch über e0. Fällt e0 aus, so ist die Kommunikationsbeziehung zwischen beiden Teilbäumen unterbrochen.

c) Der Baum ist nicht eindeutig bestimmt. Ein alternativer Baum ist der untenstehenden Abbildung dargestellt.

