

# Informatik I – Zusammenfassung Theorie

## Informatiksysteme

- *Eine Kollektion von Gegenständen, die in einem inneren Zusammenhang stehen, samt den Beziehungen zwischen diesen Gegenständen*
- Systeme können wieder Teilsysteme sein (rekursiv)
- Systemtypen: Berechnung von Funktionen, Prozessüberwachung, eingebettete Systeme, Adaptive Systeme

## EBNF

- | trennt Alternativen
- . schließt Regel ab
- ( ) klammert Alternativen
- [ ] wahlweises Vorkommen (ja/nein)
- { } 0- bis n-maliges Vorkommen
- Terminalzeichen in Anführungsstriche

## Variablen & Datentypen in Java

- byte < short < int < long < float < double
- Operationen mit Ganzzahlen => int (außer bei long)
- Operationen mit mind. einer Gleitkommazahl => double
- Automatische Typenumwandlung wenn „kleinerer“ Typ „größerem“ Typ zugeordnet wird
- Wertebereich von byte: -128 ... 127
- Lebendig nur im entsprechendem Block, unsichtbar wenn überschrieben

## Information und Signal

- *Signal ist Ausgangspunkt für den Informationsbegriff*
- *Signalparameter sind die Eigenschaften des Signals, die zeitlicher Veränderung unterliegen*
- Analoges Signal: Signalwert und Zeit kontinuierlich
- Digitales Signal: Signalwert und Zeit diskret
- Codierung ist die Darstellung einer Information in Form von Zeichen
- Shannonsche Informationstheorie: Bei Eintreffen eines Zeichens ist zu entscheiden, welches Zeichen aus dem Zeichenvorrat vorliegt (mit Hilfe der Entscheidungskaskade)
- In der Entscheidungskaskade soll die Anzahl der nötigen Entscheidungen für häufige Zeichen (z.B. „e“) möglichst klein sein
- Kodierung der Zeichen durch Zuweisung von Binärwerten zu jedem Zeichen (OO, OL, LO, LL, ...)
- Arten der Funktionsberechnung: statisch (Gleichungen), tabellarisch, algorithmisch

## Algorithmen

- Euklidischer Algorithmus (ggT)
- Warshall-Algorithmus (Reflexive Transitive Hülle von Graphen)
- Bubblesort, Quicksort
- Effizienz kann theoretisch und empirisch („ausprobieren“) ermittelt werden
- Theoretisch: O-Kalkül:  $O(f(n))$  ist die Menge aller Funktionen, die nach oben durch ein pos. Vielfaches von  $f(n)$  begrenzt werden (Schreibweise:  $O(n)$ ,  $O(\log n)$ ,  $O(n^2)$ ...)

## Modell & Wirklichkeit

- *Wirklichkeit: Dinge, Personen, deren Beziehungen, Abläufe in der Zeit*
- *Modell: Begriffe von Dingen, Personen, deren Beziehungen, Abläufe in gedachter Zeit*
- Ein Modell ist wahr, wenn die Begriffe die Wirklichkeit richtig wiedergeben
- Regelung und Steuerung:
  - Regelung: Beinhaltet eine Rückkopplung, d.h. die beeinflusste Größe beeinflusst wiederum das regelnde System (Heizung mit Thermostat)
  - Steuerung: es kommt zu keiner wie oben beschriebenen Rückkopplung

## Architektur

- Von Neumann Rechner: Rechnerkern, Arbeitsspeicher, Peripherie, Bus. Von-Neumannscher Flaschenhals: Schneller Rechnerkern, langsame bzw. zu viele Speicherzugriffe

## Relationen und Graphen

- *Relation: Mehrere Elemente verschiedener Mengen werden hierdurch in eine Beziehung gesetzt*
- Werden zur Modellierung von Systemen verwendet
- Graphische Darstellung ergibt sog. Graph
- Dualer Graph: Relation  $e \rightarrow e'$  wird zu  $e' \rightarrow e$
- Ausgangs- ( $e^\circ$ ) bzw. Eingangsmenge ( ${}^\circ e$ ): Menge der Kanten, die bzgl. der Ecke  $e$  ein bzw. ausgehen
- $|{}^\circ e|$ ,  $|e^\circ|$  heißt Eingangs- bzw. Ausgangsgrad (Anzahl der ein- bzw. ausgehenden Kanten)
- Weg: Folge von  $e_0$  nach  $e_n$  über  $e_1 \dots e_{n-1}$
- Zyklus:  $e_0 \rightarrow e_n$  mit  $e_0 = e_n$
- Kreis: Zyklus, bei dem *nur* Start und Ende gleich sind, also alle Ecken verschieden
- Einfacher Zyklus: Kreis
- Hamiltonscher Kreis: Kreis und alle Ecken sind genau einmal enthalten
- Eulerscher Zyklus: Zyklus und jede Kante ist genau einmal enthalten
- Azyklisch: Graph ohne Zyklen
- Wald: Azyklischer ungerichteter Graph
- Ungerichteter Baum: Wald, bei dem zwei Ecken durch genau einen Weg verbunden sind
- Gerichteter Wald: azyklischer Graph mit  $|{}^\circ e| < \text{oder} = 1$

- Darstellung von Graphen mit durchnummerierten Ecken: Adjazenzmatrix, Adjazenzliste
- Für Matrix: reflexiv:  $a_{ii} = 1$ , symmetrisch:  $a_{ij} = a_{ji}$ , transitiv:  $a_{ij} = 1, a_{jk} = 1 \Rightarrow a_{ik} = 1$
- Reflexive Transitive Hülle: Hinzufügen von „Direktverbindungen“, falls ein Weg von  $e_i$  nach  $e_j$  besteht. („Warshall-Algorithmus“)

## Halbgruppe und Monoid

- Halbgruppe: Abgeschlossenheit, Assoziativgesetz  $a*(b*c) = (a*b)*c$
- Monoid: Halbgruppe mit Einselement ( $e*a = a*e = a$ )

## Boolesche Algebra

- A, bottom, top, komplement, oder, und
- 0-stellig: top, bottom; 1-stellig: komplement; 2-stellig: und, oder
- 0-stellige Operanden liefern immer das Selbe Ergebnis und heißen daher Konstante
- Terme lassen sich im Kantorowitsch-Baum darstellen
- Schreibweise für Operationen sind Infix (Anschreiben beim Vorletzten Besuch), Präfix (Anschreiben beim ersten Besuch), Postfix (Anschreiben beim letzten Besuch)
- UND hat Vorrang vor ODER
- Disjunktive Normalform: mit ODER verknüpfte UND-Teilterme
- Konjunktive Normalform: mit UND verknüpfte ODER-Teilterme

## Gesetze der Booleschen Algebra

1. Assoziativität	$(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$	$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$
2. Kommutativität	$x \wedge y = y \wedge x$	$x \vee y = y \vee x$
3. Idempotenz	$x \wedge x = x$	$x \vee x = x$
4. Verschmelzung	$(x \vee y) \wedge x = x$	$(x \wedge y) \vee y = y$
5. Distributivität	$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$	$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$
6. Modularität	$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee z$	(falls $z < \text{oder} = x$ )
7. neutrales Element	$x \wedge 0 = 0$ $x \wedge T = x$	$x \vee 0 = x$ $x \vee T = T$
8. Komplement	$x \wedge Cx = 0$	$x \vee Cx = T$
9. Involution	$C(Cx) = x$	
10. De Morgan	$C(x \wedge y) = Cx \vee Cy$	$C(x \vee y) = Cx \wedge Cy$
11. ?	$x \Rightarrow y = (x \wedge y) \vee (Cx \wedge Cy) \vee (Cx \wedge y)$	
12. ?	$x \Leftrightarrow y = (x \wedge y) \vee (Cx \wedge Cy)$	

## Semi-Thue-Systeme

- Zeichenvorrat  $\Sigma$
- Menge von Regeln  $T_B$
- Schreibweise:  $x_1x_2\dots x_n \rightarrow y_1y_2\dots y_m$
- Überführung eines Wortes in ein anderes durch Ersetzen der Teilwörter
- Es kann jede Regel zu jeder Zeit an jeder Stelle angewendet werden
- Anwendung von Regeln beliebig oft
- $\Rightarrow$  (direkte Ableitung),  $\Rightarrow^+$  (ein oder mehrere Schritte),  $\Rightarrow^*$  (keiner oder mehrere Schritte)
- $L_x$  ist die Formale Sprache, die Menge aller Texte, die aus  $x$  abgeleitet werden können
- $T^{-1}$ : inverses S-T-System, alle Pfeilrichtungen werden umgekehrt
- i.d.R. nicht-deterministisch (es erfolgt kein Abbruch)

## Markov Algorithmen

- Strengere Form der S-T-Systeme
- Immer erste anwendbare Regel ausführen
- Immer auf am weitesten links stehendes Teilwort anwenden
- So lange anwenden, bis keine Regel mehr anwendbar ist, oder sog. haltende Regel erreicht wurde ( $x \rightarrow \cdot y$ )
- Ist deterministisch
- Verwendung von Hilfszeichen (Schiffchen)

## Formale Systeme

- $(U, \Rightarrow)$  ist ein formales System, wenn
  - $U$  eine abzählbare Menge ist
  - $\Rightarrow$  aus  $U \times U$  eine Relation ist
  - Jedes  $y$  in endlich vielen Schritten aus  $x$  berechnet werden kann ( $x, y$  aus  $U$ )

## Grammatiken

- Spezielle S-T-Systeme
- Zusätzlicher Zeichenvorrat  $N$  der Nichtterminale
- Vokabular  $V = N$  vereinigt  $\Sigma$
- Axiom  $A$ : Startsymbol
- Produktionsmenge  $P$ : Menge von Regeln der Form  $x \rightarrow y$
- Chomsky-Grammatik  $G = (\Sigma, N, P, A)$
- Grammatiktypen:
  - CH-0: alle Produktionen (insb. Auch  $\varepsilon$ -Produktionen)
  - CH-1: längenbeschränkt (linke Seite  $<$  rechte Seite), kontextsensitiv (links mind. ein Nichtterminalzeichen, keine  $\varepsilon$ -Produktionen außer  $A \rightarrow \varepsilon$ )
  - CH-2: kontextfrei (links nur ein Nichtterminalzeichen)
  - CH-3: *entweder* linkslinear ( $A \rightarrow Bx$ ) *oder* rechtslinear ( $A \rightarrow xB$ ) (immer erlaubt:  $A \rightarrow x$ )

## Backus-Naur-Form

- Praxistaugliche Notation für kontextfreie Grammatiken
- Nichtterminale in Anführungszeichen
- $\rightarrow$  durch  $::=$  bzw.  $=$  ersetzt
- Erweiterte Backus-Naur-Form (EBNF) siehe oben

## Endliche Automaten

- Endliche Automaten lassen sich den CH-3 Grammatiken zuordnen
- Endliche Menge von Zuständen  $Q$ , Anfangszustand  $q_0$
- Lesen eines Zeichens führt zu einem Zustandsübergang
- Mealy-Automat: Ausgabe beim Zustandsübergang, Kanten werden mit „a (Eingabezeichen) / t (Ausgabewort)“ markiert
- Moore-Automat: Ausgabe abhängig vom Zielzustand, also unabhängig vom Übergang bzw. Eingabezeichen
- Akzeptor: Einführung von sog. Endzuständen, Ausgabe erfolgt nur bei Endzuständen
- Vollständiger Akzeptor: Ergänzung eines Fehlerzustandes

## Regulärer Ausdruck

- Trennung von Alternativen mit  $+$
- $()$  klammert Alternativen
- $*$  bedeutet beliebig häufige Wiederholung einer Alternative
- Schreibweise:  $d: zz^* \text{ '/' } zz^*$  (Beispiel für Dezimalbrüche  $d$ )

## Rechenstrukturen

- *Eine Rechenstruktur ist das Gebilde, das die Algebra und ihre Strukturen in der Informatik verankert.*
- *$S$  und  $F$  sind Mengen von Bezeichnungen. Eine Rechenstruktur  $A$  besteht dann aus einer Familie  $\{s^A: s \text{ aus } S\}$  von Trägermengen und einer Familie  $\{f^A: f \text{ aus } F\}$  von Abbildungen zwischen diesen Trägermengen.*
- Spezielles Bottom-Element repräsentiert nicht definierte Funktionswerte, Mengen werden um dieses Element ergänzt
- Eine Funktion, welche genau dann bottom liefert wenn mind. eines der Argumente bottom ist, heißt strikt
- Schreibweise Signatur:  $fct f = (s_1, \dots, s_n) s_{n+1}$  entspricht der mathematischen Schreibweise  $f: s_1 * \dots * s_n \rightarrow s_{n+1}$
- Signaturen lassen sich in Signaturdiagrammen graphisch darstellen
- Berechnungsformulare werden zur Bestimmung des Werts eines Grundterms (sog. Interpretation) verwendet
- Ein Term mit freien Identifikatoren („Variablen“) kann in ein Berechnungsschema (Berechnungsformular mit „Lücken“) überführt werden

## Termersetzungssysteme

- Zwei Formen der Auswertung:
  - E (eager, fleißig): Term möglichst weit innen reduzieren (ersetzen)
  - L (lazy, faul): Term möglichst weit außen reduzieren (ersetzen)

## Mathematische Logik, Aussagenlogik, Prädikatenlogik

- Es werden nur elementare Aussagen betrachtet (L oder O)
- Beschränkung auf Terme der Sorte bool, diese werden starke Terme bzw. Formeln genannt (bottom ist nicht zulässig)
- Der Aussagenlogik liegen nur Terme der Sorte bool zugrunde
- Prädikatenlogik ist eine Erweiterung: Terme der Form „Es gibt ein x mit ... Für alle y ... etc“