MUSTERLÖSUNG

Klausur Informatik I

20.02.2004

Prof. Dr. G. Goos
Dipl.-Inform. T. Gelhausen

Vorname:	
Nachname:	
Matrikelnummer:	

Zur Klausur sind keine Hilfsmittel und kein eigenes Papier zugelassen. Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.

Die Klausur ist komplett und geheftet abzugeben. Nur Blätter, die Namen und Matrikelnummer tragen, gehen in die Bewertung ein.

Sie dürfen die Rückseite der Aufgabenblätter als Konzeptpapier benutzen. Nur Lösungen, die sich auf dem entsprechenden Aufgabenblatt oder seiner Rückseite befinden, gehen in die Bewertung ein.

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**∑**
Maximal	8	8	6	9	6	11	12	**60**
K1								
K2								
K3								

Punkte:	
Note:	

Name: ____________________________ Matrikelnummer: ________________________

Aufgabe 1: Wissensfragen (5+3=8P)

a.) Kreuzen Sie an, ob die Aussage Wahr oder Falsch ist. (5P)

Hinweis: Jedes korrekte Kreuz zählt 0,5 Punkte, jedes falsche Kreuz bewirkt 0,5 Punkte Abzug! Die Teilaufgabe wird mindestens mit 0 Punkten bewertet.

WAHR	FALSCH	**Aussage**
	X	$g \in o(f(n)) \Leftrightarrow$ g wächst mindestens so schnell wie f
X		Eine Transition eines Petri-Netzes kann mehrere Stellen als Nachfolger haben.
	X	In Prolog gibt es Fakten, Köpfe, Regeln, Klausuren und Körper.
	X	Das Diamantenlemma macht eine Aussage über die Erfüllbarkeit einer prädikatenlogischen Formel.
	X	Ein Semi-Thue-System ist ein endliches, deterministisches Textersetzungssystem.
X		Mit einer 32-Bit Ganzzahldarstellung lassen sich mehr unterschiedliche Zahlenwerte darstellen, als mit einer Gleitpunktzahl einfacher Länge nach IEEE 754-1985.
X		Im λ-Kalkül werden Wahrheitswerte durch Funktionen ausgedrückt.
X		Die Suche eines Elementes in der Datenstruktur Keller hat den Aufwand O(n).
X		Die funktionale Sprache Haskell verwendet faule, die funktionale Sprache ML strikte Auswertung.
	X	Eine Audio-CD enthält transiente, digitale Signale und die Signale, die aus den Lautsprechern kommen, sind persistent und analog.

b.) Kreuzen Sie an, welche Eigenschaft von welcher Struktur erfüllt werden muss. (3P)

Eigenschaft	abelsche Halbgruppe	Monoid	Boolesche Algebra
Algebraische Abgeschlossenheit	X	X	X
Assoziativitätsgesetz	X	X	X
Distributivgesetz			X
Dreiecksungleichung			
Einselement		X	X
Kommutativgesetz	X		X
Modularität			X

Name: ____________________________ Matrikelnummer: ________________________

Aufgabe 2: Endliche Automaten (1+4+1+2=8P)

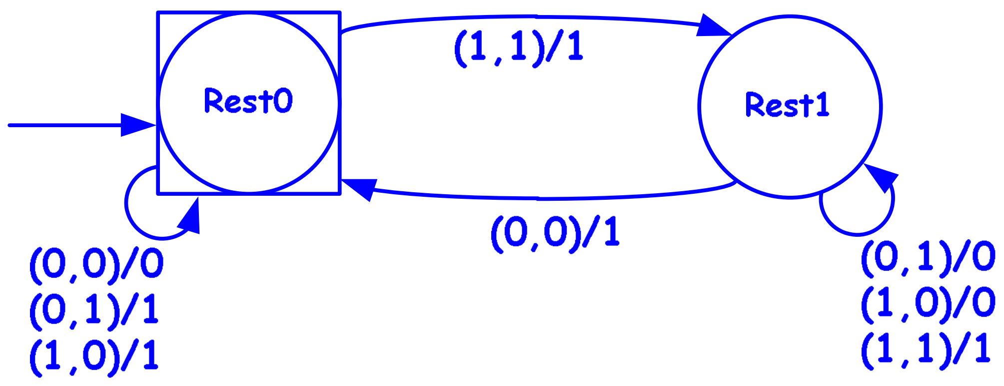
Gegeben seien zwei positive Binärzahlen. Die Darstellungen seien gleich lang, die Größe der Zahlen selbst beliebig, jede Zahl ist mit mindestens einer führenden Null dargestellt.

a.) Welche Sorte vollständiger, deterministischer, endlicher Automaten benötigen Sie zum Berechnen der Summe beliebig langer Binärzahlen? (1P)

Mealy-Automat

b.) Entwerfen Sie einen solchen Automaten, der die Summe der beiden Binärzahlen berechnet. Als Eingabe erhält er zuerst die niederwertigsten Bits der beiden Zahlen, dann die zweit-niederwertigsten, und so weiter. (4P)

Beispiel: z_1=0011, z_2=0110, ergibt als Eingabe [(1,0), (1,1), (0,1), (0,0)]



c.) Welchen Aufwand hat die Berechnung mit dem obigen Automaten? Wovon hängt die Berechnungszeit ab? (1P)

Die Berechnungszeit hängt von der Länge n der Zahl ab und liegt in der Klasse O(n).

d.) Der bei Teilaufgabe c.) angegebene Aufwand bezieht sich auf die Addition beliebig langer Zahlen. Wie groß ist dementsprechend der Aufwand für den darauf aufbauenden Multiplikationsalgorithmus für Dualzahlen, wenn man annimmt, dass alle Zahlen gleichverteilt als Operanden auftreten (mit Begründung)? (2P)

Bei Gleichverteilung sind im Mittel 50% der n Stellen in der Binärdarstellung mit 1en besetzt, so dass bei dem in der Vorlesung vorgestellten Multiplikationsalgorithmus im Mittel n/2 Summanden addiert werden müssen. Damit hat der Multiplikationsalgorithmus einen Aufwand von $O(n^2)$.

Aufgabe 3: Abstrakte Datentypen (2+2+1+1=6P)

Gegeben sei ein Modul `Zoo` durch

```
module Zoo where

data Katze a = Hund | Maus (Katze a) a (Katze a) deriving (Eq, Show)

loewe (Maus flo reh ziege) = flo
elefant Hund = True
ratte (Maus pferd schwein gans) = gans
vogel (Maus schaaf otter rind) = otter
elefant (Maus spinne fisch wolf) = False
```

a.) Geben Sie die Signaturen von `loewe`, `ratte`, `vogel` und `elefant` an. (2P)

```
loewe :: Katze a -> Katze a
ratte :: Katze a -> Katze a
vogel :: Katze a -> a
elefant :: Katze a -> Bool
```

b.) Reduzieren Sie folgende Ausdrücke mit Hilfe der Axiome (2P)

loewe (Maus (Maus Hund "Kalb" Hund) "Frosch" Hund)

Maus Hund "Kalb" Hund

vogel (ratte (Maus (Maus Hund "Gnu" Hund) "Pfau" (Maus Hund "Kara" Hund)))

"Kara"

c.) Welche Tiere exportiert der Modul? (1P)

Katze, Hund, Maus, loewe, ratte, vogel und elefant.

d.) Welchem bekannten ADT entspricht der Typ `Katze`? (1P)

Binärbaum

Name: ____________________________ Matrikelnummer: ________________________

Aufgabe 4: Chomsky (1+6+1+1=9P)

Gegeben sei eine Grammatik G=(Σ, N, P, S) mit folgenden sieben Produktionen P:

1.	S	↦	B | aBDc
2.	B	↦	bbEbb | aBDc
3.	Dc	↦	cD
4.	bD	↦	b
5.	bcD	↦	bc
6.	ccD	↦	cc
7.	E	↦	b | bE | Eb

a.) Von welchem CH-Typ ist die Grammatik (mit Begründung)? (Geben Sie den höchstmöglichen Typ an!) (1P)

CH-0 wegen Regel 3 (nicht linear, nicht kontextfrei und auch nicht kontextsensitiv)

b.) Geben Sie die erzeugte Sprache $\mathcal{L}$(G) an. Von welchem Chomsky-Typ ist sie? (Geben Sie den höchstmöglichen Typ an!) (6P)

$\mathcal{L}$(G) = $a^n b^m c^n$ mit $n \geq 0$ und $m \geq 5$

Die Sprache ist vom Typ: Chomsky-2

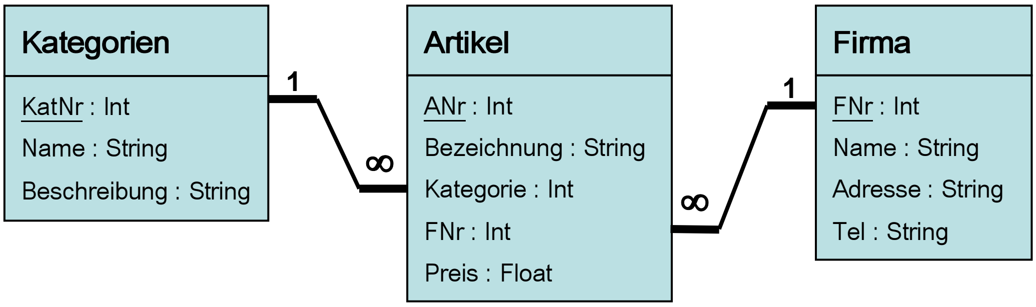
c.) Geben Sie die Menge Q der Regeln an *(Angabe der Indices)*, die verhindern, dass G vom CH-Typ ist, der dem Chomsky-Typ von $\mathcal{L}$(G) entspricht. (1P)

Q = 3, 4, 5, 6

d.) Sei P' ≔ P\Q. Erweitern Sie P' so zu P'', dass $\mathcal{L}$((Σ, N, P'', S)) = $\mathcal{L}$(G). (1P)

P'' ≔ P' ∪ D ↦ ε

Aufgabe 5: Relationale Algebra und SQL (2+2+2=6P)



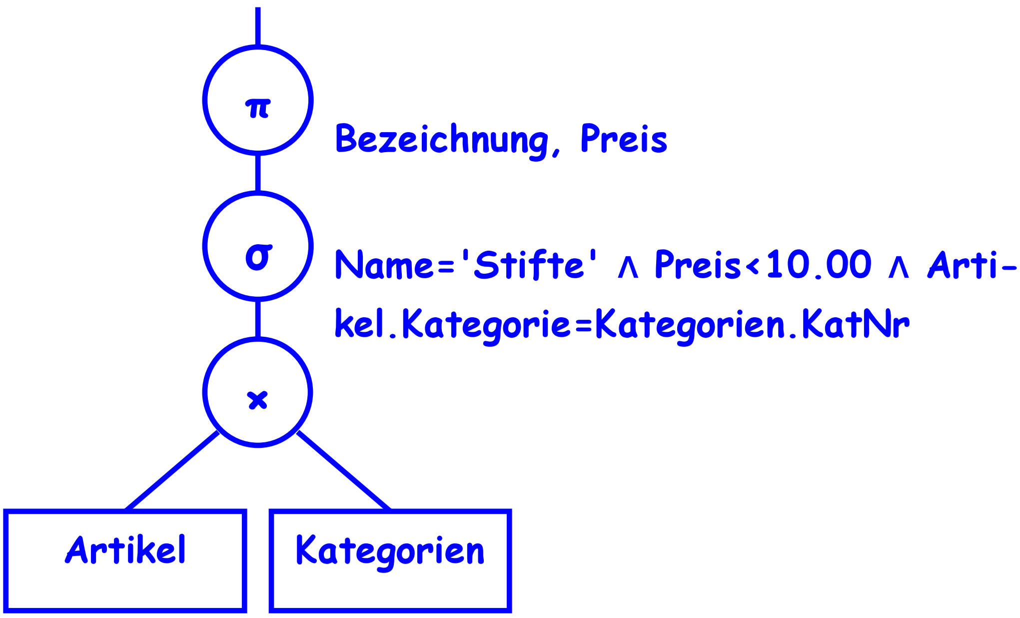
Gegeben sei obiges Schema und folgender Ausdruck in relationaler Algebra:

$$\pi_{Bezeichnung,Preis}(\sigma_{(Kategorien.Name='Stifte' \wedge Preis<10.00 \wedge Kategorien.KatNr=Artikel.Kategorie)}(Artikel \times Kategorien))$$

a.) Geben Sie zu dem gegebenen Ausdruck einen äquivalenten Ausdruck in SQL an. (2P)

```
SELECT   Bezeichnung, Preis
FROM     Artikel, Kategorien
WHERE    Artikel.Kategorie = Kategorien.KatNr
AND      Kategorien.Name = 'Stifte'
AND      Preis<10.00;
```

b.) Geben Sie zu dem gegebenen Ausdruck den Anfrage-Baum an. (2P)



c.) Aus welchen Gründen kann folgende Anfrage nicht in einen äquivalenten Ausdruck der relationalen Algebra umgeformt werden (mit Begründung)? (2P)

```
SELECT   *
FROM     (
              SELECT  a AS p, b AS q, c AS r
              FROM    m
              WHERE   a=3
              AND     b=4
         UNION ALL
              SELECT  x AS p, y AS q, z AS r
              FROM    n
              WHERE   x=3
              AND     y=4
         )
ORDER BY p, q, r;
```

Die relationale Algebra kennt nur Mengen im mathematischen Sinn. In diesen Mengen gibt es weder Duplikate noch eine Reihenfolge der Elemente. Daher kann man die Konstrukte UNION ALL und ORDER BY nicht in der relationalen Algebra ausdrücken.

Aufgabe 6: Graphen und Relationen (1+4+5+1=11P)

Gegeben sei folgender Graph:

$E : \{ a, b, c, d, e \}$

K :	a	$[a, b]$
	b	$[b, d, e]$
	c	$[c, d]$
	d	$[d]$
	e	$[a, e]$

a.) Wie nennt man diese Darstellungsform? (1P)

Adjazenzliste

b.) Es handelt sich um einen (1P) *(bitte Ankreuzen)*

	nicht zusammenhängenden Graphen.
X	schwach zusammenhängenden Graphen.
	einseitig zusammenhängenden Graphen.
	stark zusammenhängenden Graphen.

Es lassen sich insgesamt (2P) *(bitte Anzahl eintragen)*

1	schwache Zusammenhangskomponenten identifizieren,
2	einseitige Zusammenhangskomponenten identifizieren und
1	starke Zusammenhangskomponenten mit jeweils mehr als einem Knoten identifizieren.

Der Graph beschreibt eine (1P) *(bitte Ankreuzen)*

X	reflexive, nichttransitive Relation.
	transitive, nichtreflexive Relation.
	reflexive und transitive Relation.
	Relation, die weder reflexiv noch transitiv ist.

c.) Führen Sie den Floyd-Warshall-Algorithmus für die durch den Graphen gegebene Relation durch. Tragen Sie dazu die Ursprungsrelation in das erste angegebene Feld ein. Führen Sie dann den Algorithmus der Reihe nach für die Spalten a, b, c, d und e durch und tragen Sie die jeweiligen Zwischenergebnisse in die dafür vorgesehenen Felder ein. Markieren Sie jeweils die hinzugekommene(n) Kante(n) durch Einkreisen! (5P)

Hinweis: Nur mit Angabe der jeweiligen Zwischenschritte gibt es Punkte. Es reicht also nicht, nur das Endergebnis hinzuschreiben!

Hilfe: Um Hin- und Herblättern zu vermeiden, sei der Graph der Aufgabe an dieser Stelle nochmals angegeben:

$E : \{ \quad a, b, c, d, e \}$
$K : a \quad [a, b]$
$\quad b \quad [b, d, e]$
$\quad c \quad [c, d]$
$\quad d \quad [d]$
$\quad e \quad [a, e]$

	a	b	c	d	e
a	1	1			
b		1		1	1
c			1	1	
d				1	
e	1				1

→ Spalte A

	a	b	c	d	e
a	1	1			
b		1		1	1
c			1	1	
d				1	
e	1	1			1

→ Spalte B

	a	b	c	d	e
a	1	1		1	1
b		1		1	1
c			1	1	
d				1	
e	1	1		1	1

← Spalte C

	a	b	c	d	e
a	1	1		1	1
b		1		1	1
c			1	1	
d				1	
e	1	1		1	1

→ Spalte D

	a	b	c	d	e
a	1	1		1	1
b		1		1	1
c			1	1	
d				1	
e	1	1		1	1

→ Spalte E

	a	b	c	d	e
a	1	1		1	1
b	1	1		1	1
c			1	1	
d				1	
e	1	1		1	1

d.) Welchen Aufwand hat der Floyd-Warshall-Algorithmus? (1P)

$O(n^3)$

Name: ____________________________ Matrikelnummer: ________________________

Aufgabe 7: Haskell (5+2+5=12P)

Gegeben sei eine Sprache $\mathcal{L}_{m,n}$, deren Wörter immer abwechselnd *m* gleiche Buchstaben, dann *n* gleiche (jedoch von den vorhergehenden *m* verschiedenen) Buchstaben, dann wieder *m*, dann *n* und so weiter haben.
Mit anderen Worten die Sprache hat die Form $a^m b^n c^m d^n e^m f^n \ldots$ mit $a, b, c, d, e, f, \ldots \in \Sigma$, wobei $a \neq b$, $b \neq c$, $c \neq d$, $d \neq e$, … , und $m, n \geq 0$.

Beispiel: $a^2 \in \mathcal{L}_{2,5}$, $a^2b^5 \in \mathcal{L}_{2,5}$, $a^2b^5c^2 \in \mathcal{L}_{2,5}$, $a^2b^5c^2a^5 \in \mathcal{L}_{2,5}$,
$a^2b^5c^3 \notin \mathcal{L}_{2,5}$, und insbesondere $\mathbf{a}^{\mathbf{2}}\mathbf{a}^{\mathbf{5}}c^2a^5 = \mathbf{a}^{7}c^2a^5 \notin \mathcal{L}_{2,5}$

Hinweis: Wenn Sie die Signatur einer Funktion angeben, dürfen Sie diese Funktion in den späteren Teilaufgaben verwenden, auch wenn Sie keine Implementierung angeben konnten.

a.) Schreiben Sie eine Haskell-Funktion `gleicheweg`, die das längste Präfix *p* einer Zeichenkette *xs* bestimmt, wobei *p* ausschließlich aus identischen Buchstaben besteht. Geben Sie die Länge von *p* sowie den verbleibenden Rest von *xs* zurück, also beispielsweise für *xs*=`"aaasdf"` die Werte `3` und `"sdf"`. Die Funktion soll einen maximal polynomialen Aufwand haben. (5P, bei höherem als polynomiellen Aufwand max. 4P)

```
gleicheweg            :: [Char] -> (Int,[Char])
gleicheweg []         = (0, [])
gleicheweg (x:xs)     = (length prefix, suffix)
      where prefix    = takeWhile (==x) (x:xs)
            suffix    = dropWhile (==x) (x:xs)
```

b.) Geben Sie eine Haskell-Funktion `laengenliste` an, die mit der Funktion aus Teilaufgabe a.) eine Zeichenkette in eine Liste von Zahlen verwandelt, wobei jeder Eintrag für die Länge einer Folge konsekutiver, gleicher Zeichen steht. Die Reihenfolge der Längeneinträge in der Liste soll der Reihenfolge der zugehörigen Zeichenfolgen entsprechen. (2P)

```
laengenliste       :: [Char] -> [Int]
laengenliste []     = []
laengenliste wort = laenge:(laengenliste restwort)
      where (laenge,restwort) = gleicheweg wort
```

c.) Bauen Sie mit Hilfe der zuvor definierten Funktion(en) eine Haskell-Funktion `abwechslung`, die in Abhängigkeit von der Zugehörigkeit des Eingabewortes zur gegebenen Sprache einen Booleschen Wert zurückgibt; und zwar ‚Wahr', wenn das Wort zu der gegebenen Sprache gehört und sonst ‚Falsch'. (5P)

```
abwechslung          :: [Char] -> Bool
abwechslung wort     = pruefe (laengenliste wort)

pruefe               :: [Int] -> Bool
pruefe []            = True
pruefe [x]           = True
pruefe [x,y]         = True
pruefe (x:y:z:zs)    = (x==z) && pruefe (y:z:zs)
```

Name: ___________________________ Matrikelnummer: ________________________

Ergänzung Klausur Informatik I (WS 03/04)

Hinweis zur Aufgabe 7

Für die Sprache $\mathcal{L}_{m,n}$ gilt:

ε	$\in \mathcal{L}_{m,n}$
a^m	$\in \mathcal{L}_{m,n}$, wenn m>0
$a^m b^n$	$\in \mathcal{L}_{m,n}$, wenn m,n>0 und a≠b
$a^m b^n c^m$	$\in \mathcal{L}_{m,n}$, wenn m,n>0 und a≠b und b≠c
$a^m b^n c^m d^n$	$\in \mathcal{L}_{m,n}$, wenn m,n>0 und a≠b, b≠c und c≠d
$a^m b^n c^m d^n e^m$	$\in \mathcal{L}_{m,n}$, wenn m,n>0 und a≠b, b≠c, c≠d und d≠e
etc.	

Bemerkung: „$a^2x^0a^2y^0b^2z^0c^2$“ = „*aaaabbcc*“ ist als „$a^4b^2c^2$“ aufzufassen und somit **nicht in** $\mathcal{L}_{m,n}$! Andererseits: „$a^rx^0a^sb^nc^m$“ = „$a^{r+s}b^nc^m$“ $\in \mathcal{L}_{m,n}$, genau dann wenn $r+s=m$.

Teilaufgabe 7 c.)

Zusatz: Das Eingabewort wird als Zeichenkette übergeben, die Eingabe zu einem Wort „$a^2b^5c^2$“ lautet `"aabbbbbcc"`.

Dieses Blatt nicht beschriften! Alles, was Sie auf dieses Blatt schreiben, wird bei der Korrektur nicht beachtet. Dieses Blatt ist zusammen mit der Klausur wieder abzugeben.