Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. G. Herzog
Dr. M. Radosz

SS 2011

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

9. Übungsblatt

Abgabe bis **Freitag, 17.06.2011, 12.30 Uhr**

Aufgabe 25 (K). Berechnen Sie folgende Integrale bzw. Grenzwerte.

(a) $\displaystyle\int_D 1 \; d(x,y,z)$, $D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 \le 1\right\}$, $(a,b,c > 0)$

(b) $\displaystyle\int_D \sqrt{x^2+y^2+z^2} \; d(x,y,z)$, $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2+y^2+z^2 \le R^2\}$, $(R > 0)$

(c) $\displaystyle\lim_{r\to 0^+} \int_{D_r} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \; d(x,y,z)$, $D_r = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; r^2 \le x^2+y^2+z^2 \le R^2\}$, $(0 < r < R)$

(d) $\displaystyle\lim_{R\to\infty} \int_{D_R} \frac{1}{(1+x^2+y^2+z^2)^3} \; d(x,y,z)$, $D_R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2+y^2+z^2 \le R^2\}$

Hinweis zu (d)*:* Partialbruchzerlegung. Danach dürfen Sie

$$\int \frac{1}{(x^2+ax+b)^m}\,dx = \frac{2x+a}{(m-1)(4b-a^2)(x^2+ax+b)^{m-1}} + \frac{2(2m-3)}{(m-1)(4b-a^2)} \int \frac{1}{(x^2+ax+b)^{m-1}}\,dx \quad (m \ge 2)$$

ohne Beweis benutzen.

Aufgabe 26 (K).

(a) Sei $f(z) := z \log|z|$ für $z \neq 0$ und $f(0) := 0$. Geben Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichung auf dem Intervall $(0,\pi)$ an.

$$y'(x) = \frac{f(y(x))}{\sin x} \qquad (*)$$

Hinweis: (α) Bestimmen Sie alle konstanten Lösungen.

(β) Benutzen Sie Trennung der Variablen, um nichtkonstante Lösungen zu finden. Sie dürfen ohne Beweis benutzen:

$$\int \frac{1}{\sin t}\,dt = \log(\tan\frac{x}{2}) + C \qquad x \in (0,\pi).$$

(γ) Um zu zeigen, dass Sie nun alle Lösungen gefunden haben zeigen Sie durch ein Widerspruchsargument zunächst die Hilfsbehauptung: Falls y eine nichtkonstante Lösung von $(*)$ ist, gilt $y(x) \notin \{0,1,-1\}$ für alle $x \in (0,\pi)$.

(b) Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme auf geeigneten Intervallen.

(i) $\displaystyle y'(x) = -\frac{x^2}{y^3(x)}$, $y(0) = -1$; $\qquad (ii)$ $xy(x)(1+x^2)y'(x) = 1 + y^2(x)$, $y(1) = 2$.

Wichtig! bitte wenden!

Aufgabe 27. Bestimmen Sie *alle* stetigen Funktionen $y : [0,1) \to \mathbb{R}$ mit $y(0) > 0$, welche der folgenden Funktionalgleichung genügen:

$$y(s) - y(t) = (s-t)y(s)y(t) \quad (s,t \in [0,1)).$$

Hinweis: Überlegen Sie zunächst, was über die Differenzierbarkeit von y gesagt werden kann.

Prüfungsankündigung: Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik (Diplomvorprüfung bzw. Bachelor Modulprüfung)

Herbst 2011

Termine

Diplomvorprüfung: Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:

Dienstag, 20. September 2011, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2)

BACHELOR MODULPRÜFUNG: Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:

Dienstag, 20. September 2011, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2)

Anmeldung

- Für die **Diplomvorprüfung**: In Zimmer 3A-26.1, Allianzgebäude (Fr. Ewald). Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt (Studienbüro) mitzubringen!
- Für die **BACHELOR MODULPRÜFUNG**: Über QISPOS (Selbstbedienungsfunktion für Studierende); Link: https://studium.kit.edu

Anmeldeschluss

Für alle oben genannten Prüfungen gilt der Anmeldeschluss

29. Juli 2011

Hörsaaleinteilung

Die Hörsaaleinteilung wird rechtzeitig bekannt gegeben!