

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

8. Übungsblatt

Abgabe bis **Freitag, 10.06.2011, 12.30 Uhr**

Aufgabe 22 (K).

Sei B Normalbereich sowohl bezüglich der x - als auch der y -Achse, i.e. es existieren Intervalle $[a, b], [c, d] \subseteq \mathbb{R}$ sowie stetige Funktionen $\phi_1, \phi_2 : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $\psi_1, \psi_2 : [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$, so dass

$$\begin{aligned} B &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [a, b], y \in [\phi_1(x), \phi_2(x)]\} \\ &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \in [c, d], x \in [\psi_1(y), \psi_2(y)]\}. \end{aligned}$$

Sei ferner $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Aus der Vorlesung ist bekannt, dass der Satz über die Vertauschung der Integrationsreihenfolge gilt:

$$\int_a^b \int_{\phi_1(x)}^{\phi_2(x)} f(x, y) dy dx = \int_c^d \int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x, y) dx dy. \quad (*)$$

Bestimmen Sie in den nachfolgenden Integrationen die Funktionen $\phi_1, \phi_2, \psi_1, \psi_2$ auf entsprechenden Intervallen und vertauschen Sie die Integrationsreihenfolge gemäß (*). f sei dabei eine stetige Funktion.

$$\begin{array}{ll} (i) \int_0^1 \int_0^x f(x, y) dy dx & (ii) \int_1^4 \int_{\sqrt{x}}^2 f(x, y) dy dx \\ (iii) \int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin y} f(x, y) dx dy & (iv) \int_0^1 \int_{1-y^2}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx dy \end{array}$$

Aufgabe 23 (K).

(a) Berechnen Sie folgende Integrale mittels Zylinder- bzw. Polarkoordinaten

$$\begin{array}{ll} (i) \int_D (x^2 + y^2)^2 e^{2(1-z)^7} d(x, y, z), & D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \in [0, 1], x^2 + y^2 \leq (1-z)^2\} \\ (ii) \int_D \frac{y}{x} d(x, y), & D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \sqrt{x^2 + y^2} \in [r, R], |y| \leq x\}, (0 < r < R) \end{array}$$

Hinweis zu (ii): Aus $(x, y) \in D$ folgt $x \geq \frac{r}{\sqrt{2}} > 0$.

(b) Für festes $a > 0$ wird durch die Bedingung $r = a\varphi$ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) in Polarkoordinaten die archimedische Spirale definiert. Skizzieren Sie die archimedische Spirale für ein a Ihrer Wahl. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von der archimedischen Spirale und der Strecke $[(0, 0), (2a\pi, 0)]$ begrenzt wird.

Wichtig! bitte wenden!

Aufgabe 24. Berechnen Sie folgende Integrale.

(a) $\int_D \exp\left(\frac{y-x}{y+x}\right) d(x,y), \quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x,y \geq 0, x+y \leq 2\}.$

Hinweis: Substituieren Sie $u := y - x, v := y + x.$

(b) $\int_D xy d(x,y),$ wobei $D \subseteq \mathbb{R}^2$ das Parallelogramm mit den Ecken $(0,0), (2,10), (3,17)$ und $(1,7)$ ist.

Hinweis: Transformieren Sie durch eine geeignete Substitution das Parallelogramm auf das Einheitsquadrat.

**Prüfungsankündigung:
Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung
Informatik (Diplomvorprüfung bzw. Bachelor Modulprüfung)**

Herbst 2011

Termine

Diplomvorprüfung: Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:

Dienstag, 20. September 2011, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2)

BACHELOR MODULPRÜFUNG: Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:

Dienstag, 20. September 2011, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2)

Anmeldung

- Für die **Diplomvorprüfung:** In Zimmer 3A-26.1, Allianzgebäude (Fr. Ewald). Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt (Studienbüro) mitzubringen!
- Für die **BACHELOR MODULPRÜFUNG:** Über QISPOS (Selbstbedienungsfunktion für Studierende); Link: <https://studium.kit.edu>

Anmeldeschluss

Für alle oben genannten Prüfungen gilt der Anmeldeschluss

29. Juli 2011

Hörsaaleinteilung

Die Hörsaaleinteilung wird rechtzeitig bekannt gegeben!