Produktionstheorie

8.1 a)

Humanfaktor: menschliche Leistung, Produktionsfaktoren Arbeit im Allgemeinen

Materialfaktor: wird im Produktionsprozess verbraucht, geht dabei unmittelbar oder unmittelbar in die Produktion ein.

Potentialfaktor: dauerhaft genutzte Sachmittel, Sach- und Anlagevermögen

8.1 b) 4-Punkte: betriebliche Leistungserstellung

- welche Faktoren sind zur Produktion notwendig?
- welche Faktoren sind substituierbar?
- Wie können diese Faktoren eingesetzt werden?
- Wie lassen sie sich innerbetrieblich verknüpfen?

8.1 c)

Elementarfaktoren:

ausführende Arbeit: im ReWe erfasst als Aufwand in der GuV

Werkstoffe: im ReWe erfasst als UV in d. Bilanz, bei
↳ z.B. RHB Verbrauch als Aufwand in der GuV.

Betriebsmittel: im ReWe erfasst als AV in der Bilanz,
↳ Maschinen Abschreibungsaufwand in der GuV

8.1 d)

Bsp. für limitationale Produktionsfkt: $x = \min\{r_1, r_2\}$

substitutionale — " — $x = r_1 \cdot r_2$

Substitionalität ⟺ Limitationalität.

S. ist für die Produktionsfaktoren einer Produkt.faktoren immer dann gegeben, wenn der Ertrag durch verstärkten Einsatz nur eines

Faktors und Konstanz der übrigen erhöht werden kann, und wenn Produktionsfaktoren bei konstantem Ertrag gegeneinander ausgetauscht werden können.

(L) es kann ein Ertrag nur vergrößert werden, wenn alle Faktoren der Produktionsfaktoren entsprechend den technischen Bedingungen vermehrt eingesetzt werden, immer in einem festen Verhältnis zueinander.

Grenzertrag: Im Gegensatz zur Substitionalität ist der Grenzertrag eines Faktors bei Limitationalität stets gleich Null. ↳ nur einer bringt nichts

B.2 Hypothesen über den Gesamtertragsverlauf

a1) $\boxed{x = 5 \cdot r}$ Gesamtertrag wächst mit konstanter Zuwachsrate

$x' = 5 = const = \frac{x}{r} = \frac{5 \cdot r}{r} = 5$

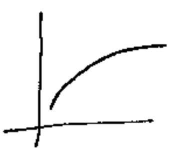
⇒ Grenzertrag = const = Durchschnittsertrag
(↳ bezogen auf Faktoreinsatz r)

a2) $\boxed{x = 3 \cdot r^{\frac{1}{2}}}$ ⇒ Gesamtertrag wächst mit ständig fallender Zuwachsrate → $r^{\frac{1}{2}}$

$x' = \frac{3}{2} \cdot r^{-\frac{1}{2}} > 0$ → Grenzertrag

$x'' = -\frac{3}{4} \cdot r^{-\frac{3}{2}} < 0$

degressiver Verlauf



Durchschnittsertrag

wegen $x' = \frac{3}{2} \cdot r^{-\frac{1}{2}} < \frac{x}{r} = \frac{3 r^{\frac{1}{2}}}{r} = 3\, r^{\frac{1}{2}}$

gilt: Der Durchschnittsertrag sinkt mit steigendem Faktoreinsatz von r, liegt aber immer über dem Grenzertrag a3) $x = 2r^2$ => der Gesamtertrag wächst mit

$x' = 4r > 0$ steigenden Zuwachsraten: progressiver

$x'' = 4 > 0$ Verlauf 

aus $x = 2r^2$ und $x' = 4r$ > $\frac{x}{r} = 2r$ =>

bei progressivem Verlauf des Gesamtertrages

wächst der Durchschnittsertrag mit steigendem

Faktoreinsatz. ~~Der Gesamtertrag liegt~~

8.3 (Beiblatt)

8.4 Aus dem Kostenbudget folgt die Nebenbedingung

$r_1 + 2r_2 = 100$

Lagrange! ⇝ maximale Produktion ⇝ Lagrange-Nachschlagen

$\phi(r_1, r_2, \lambda) = r_1^{\frac{1}{2}} \cdot r_2^{\frac{1}{2}} + \lambda(-r_1 - 2r_2 + 100)$

$\phi_{r_1}(\cdot) = \frac{1}{2} r_1^{-\frac{1}{2}} \cdot r_2^{\frac{1}{2}} - \lambda \stackrel{!}{=} 0$

$\phi_{r_2}(\cdot) = \frac{1}{2} r_2^{-\frac{1}{2}} \cdot r_1^{\frac{1}{2}} - 2\lambda \stackrel{!}{=} 0$ Lagrange rechnen.

$\phi_\lambda(\cdot) = -r_1 - 2r_2 + 100 \stackrel{!}{=} 0$

oder (hier einfacher)

aus NB eine Bestimmungsgleichung für einen Faktor

ableiten:

$\boxed{100 = r_1 + 2r_2 \Rightarrow r_1 = 100 - 2r_2}$

=> einsetzen in Produktionsfkt, diese ist dann zu

maximieren (nach anderen Faktor ableiten, Extremum untersuchen: Maximum!)

$\max\ x = (100 - 2r_2)^{\frac{1}{2}} \cdot r_2^{\frac{1}{2}}$

$\frac{\partial x}{\partial r_2} = 0 = \frac{1}{2} \cdot (100 - 2r_2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2) \cdot r_2^{\frac{1}{2}} + (100 - 2r_2)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} r_2^{-\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \frac{r_2^{\frac{1}{2}}}{(100 - 2r_2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(100 - 2r_2)^{\frac{1}{2}}}{2 \cdot r_2^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow 2r_2 = 100 - 2r_2$

$\Rightarrow r_2 = 25$ u. $r_1 = 100 - 2 \cdot 25 = 50$

wg. $\frac{\partial^2 x}{\partial r_2^2} < 0$ liegt wirklich Maximum vor

Diese Input-Aufteilung zur Erreichung eines maximalen Outputs, muss auch so sein, denn es gilt allgemein: im (Produktions-) Optimum ist das Faktorpreisverhältnis gleich dem Verhältnis der ~~Grenzproduktivitäten~~, hier:

$$\frac{MP_1}{MP_2} = \frac{\frac{1}{2} r_1^{-\frac{1}{2}} \cdot r_2^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} r_2^{-\frac{1}{2}} \cdot r_1^{\frac{1}{2}}} = \frac{r_2}{r_1} \overset{\text{im Opt.}}{=} \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ $2r_2 = r_1$ stimmt. $r_2 = 25$; $r_1 = 50$

Maximaler Output dabei:

$x = 50^{\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} = 35,36$

2.5

$$BEP = \frac{K_{fix}}{p - k_{var}}$$

allgemein: $\boxed{BEP: \; p \cdot x - k_{var} \cdot x - K_{fix} = 0}$ → nötig falls $K_{fix} = 0$

$p \cdot x = k_{var} \cdot x$ $\qquad K_{fix} = 0$ (Aufgabe) ↳ Berechnung

$p = k_{var}$ ⇒ hier ist BEP erreicht

$\Rightarrow$ $2x^2 - 20x + 74 = 50$

$2x^2 - 20x + 24 = 0$ $\qquad x^{BEP} = 1,39$

0 setzen, ab hier pos. DB

Ab dieser Ausbringungsmenge wird positiver DB erreicht, weniger zu produzieren, sollte auf jeden Fall vermieden werden.

x Betriebsminimum: hier gilt $\boxed{k_v'(x) = 0}$

$4x - 20 = 0$

$\Rightarrow x^{B_{min}} = 5$

Bei dieser Ausbringungsmenge wird mit minimalen variablen Kosten produziert

Betriebsoptimum:

dieser Punkt liegt vor bei Stückkostenfkt. ↓ $\boxed{k'(x) = 0}$ $\qquad k(x) = k_v(x) + \frac{K_{fix}}{x}$

hier: $x^{B_{opt}} = 5 = x^{B_{min}}$

hier gilt: „Rendite" pro Stück maximal

× **Betriebsmaximum:** hier gilt: Grenzerlös = Grenzkosten

↳ Grenzkosten berechnen

$$\left.\begin{aligned} 50 &= 6x^2 - 40x + 74 \\ 0 &= 6x^2 - 40x + 24 \end{aligned}\right\} \text{Grenzkosten}$$

$\Rightarrow x^{B\max} = 6$

Bei dieser Ausbringungsmenge liegt das Gewinnmaximum vor,

hier: $G(x) = U(x) - K(x)$

$$= 50 \cdot 6 - 2 \cdot 6^3 + 20 \cdot 6^2 - 74 \cdot 6 = 144 \text{ GE}$$

8.6 (siehe auch Wöhe, Einf., S. 511-513)

Kostenfunktionen nach dem Ertragsgesetz

Die Gesamtkostenfunktion K einer Produktionsfunktion vom Typ A ist durch folgende Merkmale gekennzeichnet:

(1) Da eine partielle Gesamtertragsfunktion mit einem variablen und einem oder mehreren fixen Produktionsfaktoren vorliegt, beginnt die Gesamtkostenfunktion nicht im Ursprung, sondern – bedingt durch die für die fixen Produktionsfaktoren entstehenden fixen Kosten – auf dem Fixkostensockel K_f.

(2) Bei kontinuierlicher Erhöhung der Einsatzmenge des variablen Produktionsfaktors steigt die Ausbringungsmenge zunächst progressiv an. Will man also umgekehrt eine kontinuierliche Erhöhung der Ausbringungsmenge erreichen, so ist dazu eine immer geringere Erhöhung der Faktoreinsatzmengen notwendig. Da die Preise der Produktionsfaktoren konstant bleiben, resultiert daraus ein zunächst abnehmender Kostenzuwachs (degressiver Verlauf der Gesamtkostenkurve).

(3) Jenseits des Wendepunktes A nehmen die Grenzerträge des variablen Faktors wieder ab, so daß eine kontinuierliche Erhöhung der Ausbringungsmenge eine steigende Einsatzmenge dieses Faktors und damit einen progressiven Kostenverlauf (zunehmender Kostenzuwachs) bewirkt.

Die Gesamtkostenfunktion einer ertragsgesetzlichen Produktionsfunktion verläuft folglich ausgehend vom Fixkostensockel K_f zunächst degressiv und anschließend progressiv, so daß sich insgesamt ein S-förmiger Kostenverlauf ergibt.

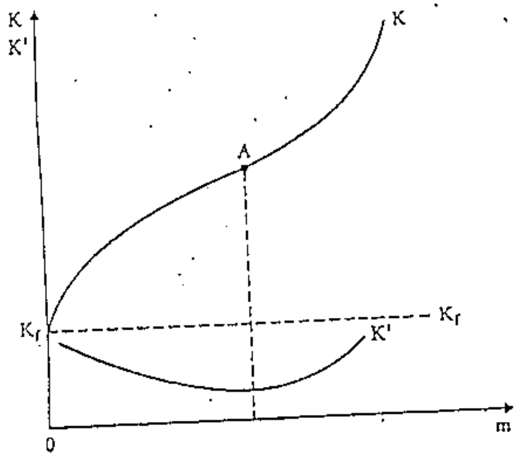


Abb. 42: S-förmige Gesamtkostenfunktion

Die Grenzkostenfunktion K' läßt sich wiederum analytisch durch Bildung der ersten Ableitung und graphisch durch Tangenten an die Gesamtkostenfunktion ableiten. Damit ergibt sich für die Gesamt- und für die Grenzkostenfunktion (s in Abb. 42 dargestellte Bild. Abb. 42 zeigt, daß die Grenzkosten fallen, solange die Gesamtkostenfunktion degressiv verläuft. In Punkt A, in dem die Gesamtertragsfunktion ihren Wendepunkt hat, erreichen die Grenzkosten ihr Minimum, um anschließend – im progressiven Teil der Gesamtkostenfunktion – wieder anzusteigen.

Die Durchschnittskostenfunktion k ergibt sich analytisch, indem die Gesamtkosten an einem beliebigen Punkt durch die dort erreichte Ausbringungsmenge geteilt werden. Graphisch lassen sich die Durchschnittskosten ermitteln, indem eine Gerade (Fahrstrahl) durch den betreffenden Punkt der Gesamtkostenfunktion und den Ursprung gelegt wird (Abb. 43).

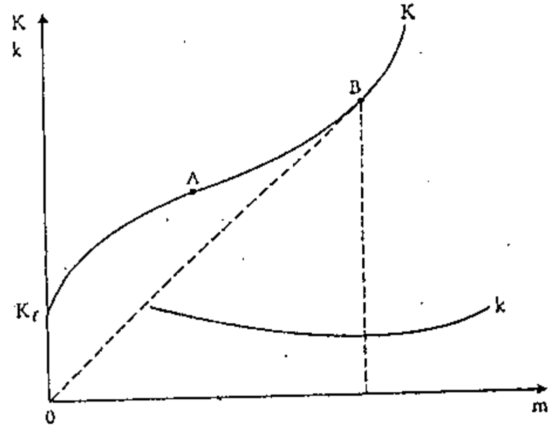


Abb. 43: Durchschnittskostenfunktion einer S-förmigen Gesamtkostenfunktion

Dort, wo der Durchschnittsertrag einer ertragsgesetzlichen Produktionsfunktion sein Maximum erreicht, sinken die Durchschnittskosten auf ihr Minimum (Punkt B). Da an diesem Punkt der Fahrstrahl durch den Ursprung zur Tangente der Gesamtkostenfunktion wird und da die Tangente der Gesamtkostenfunktion die Grenzkosten anzeigt, sind in Punkt B Durchschnittskosten und Grenzkosten gleich.

Die Durchschnittskostenkurve wird in ihrem Minimum von der Grenzkostenkurve geschnitten.

Die Durchschnittskosten oder Stückkosten setzen sich aus fixen und variablen Stückkosten zusammen. Die variablen Stückkosten k_v gewinnt man analog den gesamten Stückkosten, indem man die variablen Gesamtkosten K_v durch die Ausbringungsmenge teilt. Graphisch lassen sich die variablen Stückkosten k_v bestimmen, indem ausgehend vom Fixkostensockel K_f ein Fahrstrahl durch die Kurve der Gesamtkosten gelegt wird. Die Gesamtkostenfunktion K wird also zur Ermittlung der variablen Stückkosten praktisch von ihrem Fixkostensockel K_f „heruntergehoben" (Abb. 44).

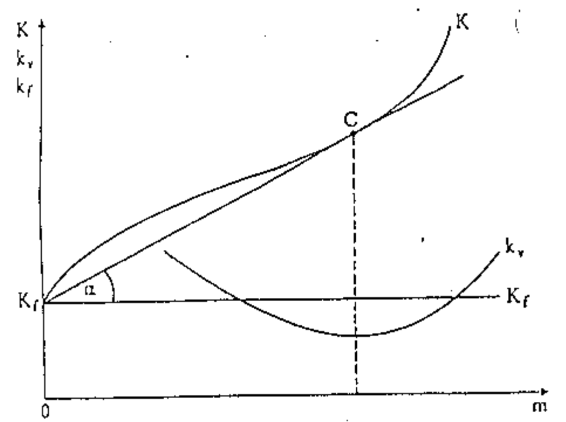


Abb. 44: Ableitung der variablen Durchschnittskostenfunktion

Die variablen Stückkosten fallen bis zum Punkt C, in dem sie ihr Minimum erreichen. Da dort der Fahrstrahl zur Tangente wird, schneiden sich in Punkt C die Grenzkosten und die variable Durchschnittskostenfunktion:

Die variable Durchschnittskostenkurve schneidet in ihrem Minimum die Grenzkostenkurve.

Stellt man abschließend die verschiedenen Kostenfunktionen in einer Abbildung zusammen, so ergibt sich das in Abb. 45 dargestellte Bild.

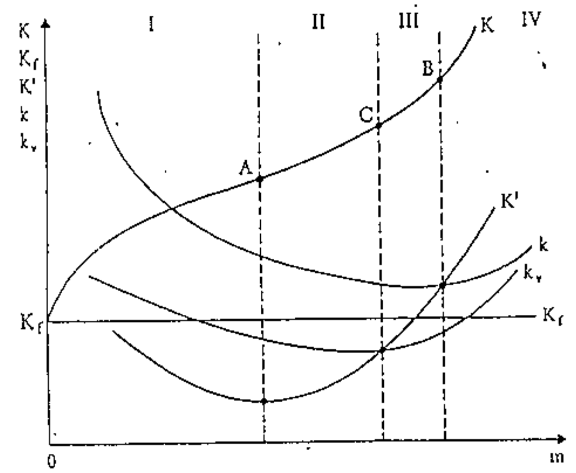


Abb. 45: Beziehungen zwischen den Kostenkurven

Mit Hilfe der Punkte A, B und C läßt sich auch die Gesamtkostenfunktion in vier Phasen einteilen. Dabei kennzeichnet der Punkt A (Ende der Phase I) das Minimum der Grenzkosten. Am Ende der Phase II (Punkt C) erreichen die variablen Stückkosten ihr Minimum; gleichzeitig schneidet die variable Durchschnittskostenkurve die Grenzkostenkurve. Am Punkt B schließlich (Ende der Phase III) erreichen die gesamten Stückkosten ihr Minimum. Gleichzeitig schneidet dort die Durchschnittskostenfunktion die Grenzkostenfunktion. Das Vierphasenschema der ertragsgesetzlichen Kostenfunktionen ist abschließend in Abb. 46 zusammengefaßt.

Phase	Gesamtkosten K	variable Durchschnittskosten k_v	gesamte Durchschnittskosten k	Grenzkosten K'	Endpunkt der Phase
I	degressiv steigend	fallend	fallend	fallend bis Min.	Wendepunkt K' = min.
II	progressiv steigend	fallend bis Min.	fallend	steigend $K' \leq k_v$ $K' < k$	k_v = min. $k_v = K'$
III	progressiv steigend	steigend	fallend bis Min.	steigend $K' \geq k_v$ $K' \leq k$	k = min. $k = K'$
IV	progressiv steigend	steigend	steigend	steigend $K' > k_v$ $K' \geq k$	

Abb. 46: Vierphasenschema der ertragsgesetzlichen Kostenfunktion

Wie eingangs erwähnt, entstand das Ertragsgesetz aus der Übertragung von Erfahrungen in der Landwirtschaft auf den industriellen Bereich. In der betriebswirtschaftlichen Realität können ertragsgesetzliche Produktionsfunktionen jedoch kaum beobachtet werden. Ertragsgesetzliche Produktions- und Kostenfunktionen beruhen auf der Annahme partieller Faktorvariation. Da Unternehmen jedoch die auf der langfristigen Kostenfunktion liegenden Minimalkostenkombinationen realisieren wollen und die kurzfristig fixierten Produktionsfaktoren ebenfalls variieren, gelten ertragsgesetzliche Kostenfunktionen in der betriebswirtschaftlichen Realität allenfalls bei kurzfristigen Betrachtungen.