BWL 1

Tutoriumsmitschrieb

Universität Karlsruhe
Wintersemester 2003/04
Dr. Burdelski

geTEXed von
Matthias Schwende

LaTeX-Build vom 23. Februar 2004

Inhaltsverzeichnis

Disclaimer
Dies ist ein Mitschrieb des BWL1-Tutoriums im Wintersemester 2003/04 an der Universität Karlsruhe. Dieser Mitschrieb erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Korrektheit. Bei Hinweisen, Fehlern oder Kritik würde ich mich über eine E-Mail an unyx@stud.uni-karlsruhe.de freuen. Die jeweils neueste Version ist auf `http://www.stud.uni-karlsruhe.de/~unyx/studium/bwl1/` zu finden.

1 Übungsblatt 1: Grundlegendes zur Betriebswirtschaftslehre

1.1 Aufgabe 1.1

a) **Nehmen Sie Stellung zu dem vermeintlichen kleinen Einmaleins des wirtschaftlichen Verhaltens: Maximierung des Nutzens bei Minimierung des Aufwands.**

Die Forderung, mit möglichst geringem Aufwand möglichst hohen Nutzen zu erzielen, heißt letztendlich „*mit nichts alles erreichen zu wollen*“. Dieser Zustand erscheint zwar äußerst wirtschaftlich, ist aber leider nicht realisierbar. Eine praktikable Formulierung des Wirtschaftlichkeitsprinzips erfordert die Fixierung einer Zielgröße. Es wird entweder versucht, einen gegeben Output mit minimalem Input zu realisieren (*Minimumprinzip*), oder bei festgelegtem Input ein Maximum an Output zu erzielen (*Maximumprinzip*).

b) **In welchem Verhältnis stehen Wirtschaftlichkeitsprinzip und und erwerbswirtschaftliches Prinzip zueinander?**

Das *erwerbswirtschaftliche Prinzip* besagt, dass das oberste Ziel einer Unternehmung in der Erwirtschaftung von Überschüssen liegt. Es legt somit den Rahmen fest, in welchem die Gesamtheit des unternehmerischen Handelns stattfindet: demnach wird z.B. das Produktionsniveau so festgelegt, dass ein möglichst großer Gewinn (Umsatz − Kosten) erzielt wird oder eine möglichst hohe Rentabilität.

c) **Wie erklären Sie sich folgende Beobachtung: die Versorgungslage bei mineralischen Rohstoffen ist gekennzeichnet durch ein Paradoxon: immer dann, wenn der Weltverbrauch dieser Rohstoffe zunahm, erhöhten sich sichtbar deren Weltreserven.**

Das *Paradoxon* ist ein Beispiel für die Funktion des Preismechanismus: ein steigender Verbrauch eines Rohstoffs führt zunächst zur Verknappung dieses Rohstoffs. Als Folge der Knappheit werden die Preise steigen. Dies ist ein Signal dafür, dass in diesem Bereich gute Gewinne erzielt werden können. Es lohnt sich also auch der Forschungsaufwand und die Technologieentwicklung zur Entdeckung neuer Rohstoffreservoirs. Damit steigt die Menge der Rohstoffe, die abbaubar ist.
Aus dem angeblichen Paradoxon wird also ein erklärbarer Mechanismus, wobei die Preissignale die entscheidenden Impulse liefern.

1.2 Aufgabe 1.2

Bei einer Volkszählung wird ein Vater u.a. nach dem Alter seiner drei Töchter gefragt. Seine Antwort lautet:

- **das Produkt aus dem Lebensalter der drei Mädchen beträgt 36**
- **die Summe aus den drei Lebensaltern ergibt eine Zahl, deren Kenntnis nicht für eine eindeutige Lösung ausreicht**
- **die älteste Tochter spielt Klavier**

Wie alt sind die drei Töchter? (ganzzahlige Lösung)

1. Aus der ersten Information folgen diese ganzzahlige Kombinationen:
   $1 \cdot 1 \cdot 36 = 36$ $1 \cdot 2 \cdot 18 = 36$ $1 \cdot 3 \cdot 12 = 36$
   $1 \cdot 4 \cdot 9 = 36$ $1 \cdot 6 \cdot 6 = 36$ $2 \cdot 2 \cdot 9 = 36$
   $2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$ $3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$
2. Die Summen dieser Kombinationen sind:
   $1 + 1 + 36 = 38$ $1 + 2 + 18 = 21$ $1 + 3 + 12 = 16$
   $1 + 4 + 9 = 14$ *1 + 6 + 6 = 13* *2 + 2 + 9 = 13*
   $2 + 3 + 6 = 11$ $3 + 3 + 4 = 12$
3. Aus der dritten Information folgt, dass es eine älteste Tochter gibt. Die Mädchen sind also *2 und 2 und 9 Jahre alt*, da bei der anderen zulässigen Kombination (1, 6, 6) nicht eindeutig zu bestimmen ist, wer die älteste Tochter ist.

1.3 Aufgabe 1.3

Das ökonomische Prinzip kann als Maximum- bzw. Minimumprinzip formuliert werden. Was ist darunter zu verstehen?
Siehe Aufgabe 1.1
Kennzeichnen Sie die Ausprägungen des ökonomischen Prinzips in den folgenden Situationen: (nur Antworten)

1. gegeben: mengen- und wertmäßiger Output
   Wie erreicht wird, kann optimiert werden: wähle den Fertigungsprozess, der die Herstellungskosten minimiert, d.h. *Minimumprinzip*.

2. Vorgegeben sind die Materialmengen und die Fertigungskapazität, also Input fest: Produktionsprogramm (Output) ist zu maximieren, d.h. *Maximimprinzip*, z.B. durch Deckungsbeitrag-Maximierung (DB-Maximierung).

3. Hier sind weder Einsatzgrößen noch Ergebnisgrößen bestimmt: ökonomisches Prinzip liegt hier als Extremumprinzip vor: Maximierung unter Nebenbedingungen, also *kein reines Maximum- oder Minimumprinzip*.

4. Outputgrößen sind festgelegt: Futtermittelsorten in festen Mengen. Input-Seite ist offen: Mischungsoptimierung bei Gesamtkostenminimierung, also *Minimumprinzip*.

1.4 Aufgabe 1.4

Siehe Lösungsbeiblatt.

1.5 Aufgabe 1.5

Sie sehen in der Zeitung folgende Anzeige:
> **Renditeobjekt: Mieteinnahme 18.000,- pro Jahr**
> **Rendite 15%**
> **erforderliches Eigenkapital: 80.000,-**
> **Restfinanzierung über Bausparkasse zu 5% p.a.**

Gesucht ist der Kaufpreis X, der sich aus dem erforderlichen Eigenkapital (EK) in Höhe von 80.000,- und dem Fremdkapital (FK) zusammensetzt:

$$\begin{aligned} Gesamtkapital\ (Kaufpreis) &= X \\ Eigenkapital &= 80.000 \\ Fremdkapital &= X - 80.000 \\ FK\text{-}Zinsen &= 0,05 \cdot (X - 80.000) \\ Gewinn &= 18.000 - FK\text{-}Zinsen = 18.000 - 0,05 \cdot (X - 80.000) \end{aligned}$$

Wie viel kostet die Immobilie, wenn mit 15% Rendite gemeint ist:

a) **die Gesamtkapitalrendite (GKR)**

$$GKR = \frac{Gewinn + FK\text{-}Zinsen}{Gesamtkapital} \stackrel{!}{=} 0,15 = \frac{18.000}{X} \qquad \Rightarrow X = 120.000$$

b) **die Eigenkapitalrendite (EKR)**

$$EKR = \frac{Gewinn}{EK} \stackrel{!}{=} 0,15 = \frac{18.000 - 0,05 \cdot (X - 80.000)}{80.000} \qquad \Rightarrow X = 200.000$$

1.6 Aufgabe 1.6

Siehe Lösungsbeiblatt.

$$Return\ on\ Investment\ (ROI) = \frac{Gewinn}{Umsatz} \cdot \frac{Umsatz}{Kapitalumschlag} = \frac{Gewinn}{Kapitalumschlag}$$

2 Übungsblatt 2: Analytische Instrumente

2.1 Aufgabe 2.1

Siehe Lösungsbeiblatt.

2.2 Aufgabe 2.2

a) **Geben Sie die Aktionen und Situationen in Form einer Entscheidungsmatrix an. Die einzelnen Elemente der Matrix sollen dabei den erzielbaren Gewinn wiedergeben.**

	S_1: Absatz 700	S_2: Absatz 900	S_3: Absatz 1200
a_1: nicht spezialisieren	$(15+18)\cdot 350-(11+15)\cdot 350-2500=-50$	$(15+18)\cdot 450-(11+15)\cdot 450-2500=650$	$(15+18)\cdot 600-(11+15)\cdot 600-2500=1700$
a_2: auf A spezialisieren	$15\cdot 700-10\cdot 700-2000=1500$	$15\cdot 900-10\cdot 900-2000=2500$	$15\cdot 1200-10\cdot 1200-2000=4000$
a_3: auf B spezialisieren	$18\cdot 700-14\cdot 700-1000=1800$	$18\cdot 900-14\cdot 900-2000=2600$	$18\cdot 1200-14\cdot 1200-1000=3800$

Tabelle 1: Entscheidungsmatrix

b) **Berechnen Sie für das Szenario 1 die Break-Even-Mengen bzgl. der jeweiligen Strategien und interpretieren Sie ihre Werte.**

Break-Even-Punkt: Weder Gewinn, noch Verlust

$$(p-k)\cdot x - U_{fix} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^* = \frac{U_{fix}}{p-k}$$

$a_1 : \frac{2500}{16{,}5-13} = 714 > 700$, d.h. BE-Menge größer als erwarteter Absatz

$a_2 : \frac{2000}{15-10} = 400 \ll 700$

$a_3 : \frac{1000}{18-14} = 250 \ll 700$

Bei a_2 und a_3 liegt die BE-Menge jeweils unter erwartetem Absatz $\Rightarrow a_2, a_3$ unkritisch

c) **Wie müsste sich das Unternehmen unter Beachtung des Bayes-Kriterium als Entscheidungsregel verhalten, um seinen Gewinn zu maximieren?**

$p_1 = 0,6; \quad p_2 = 0,2; \quad p_3 = 0,2$

$E(a_1) = 0,6\cdot(-50) + 0,2\cdot 650 + 0,2\cdot 1700 = 440$

$E(a_2) = 0,6\cdot 1500 + 0,2\cdot 2500 + 0,2\cdot 4000 = 2200$

$E(a_3) = 0,6\cdot 1800 + 0,2\cdot 2600 + 0,2\cdot 3800 = 2360$

$\Rightarrow \max\{440, 2200, 2360\} = 2360$, d.h. auf B spezialisieren

d) **Wie fällt die Entscheidung aus nach dem Maxi-Min-Kriterium (Wald-Regel)?**

$$\Phi(a_i^*) = \max_{a\in A}\ \min_{s\in S}\ \{e_{ij}\}$$

$\Phi(a_1) = \min\{-50, 650, 1700\} = -50$

$\Phi(a_2) = \min\{1500, 2500, 4000\} = 1500$

$\Phi(a_3) = \min\{1800, 2600, 3800\} = 1800$

$\Rightarrow \max\{-50, 1500, 1800\} = 1800$

$\Rightarrow$ wähle wieder a_3, d.h. auf B spezialisieren

2.3 Aufgabe 2.3

Welche Antwort hätte ihm Bernoulli gegeben?
Für die Nutzenfunktion des Unternehmers gilt folgendes:

$$0,5 \cdot u(0) + 0,5 \cdot u(x) = u(\frac{1}{4}x)$$

Normierung:
$u(0) = 0$ und $u(1Mio) = 1$
$u(x) = \frac{1}{1000}\sqrt{x}$

- Setzt man ein: $x = 1Mio$, so ergibt sich $u(250000) = 0,5$
- Setzt man ein: $x = 4Mio$, so ergibt sich $u(4Mio) = \frac{u(1Mio)}{0,5} = 2$

- Das alte Projekt erbringt einen Gewinn von

  $$y = 1,3Mio \cdot (3 - 2) - 200000 = 1,1Mio$$

  also eine Nutzenerwartung von $u(y) = u(1,1) > 1$

- Das neue Projekt ergibt einen Gewinn von x, der mit $p = 0,25$ den Wert

  $$1,7Mio \cdot (3,5 - 1) - 250000 = 4Mio$$

  oder mit $p = 0,75$ den Wert:

  $$200000 \cdot (3,5 - 1) - 250000 = 250000$$

  annimmt.
  Für den Nutzenerwartungswert ergibt sich:
  $E(u(x)) = 0,25 \cdot u(4Mio) + 0,75 \cdot u(250000) = 0,875$

$\Rightarrow E(u(x)) < u(y) > 1$
$\Rightarrow$ Bernoulli würde das neue Waschmittel ablehnen und weiterhin das alte verkaufen.

2.4 Aufgabe 2.4

Geben Sie einen expliziten Lösungsweg an für das in der Vorlesung behandelte mehrstufige Entscheidungsproblem.
Lösung der Entscheidungsproblems bei Risiko, mehrperiodisch.
Orientierung an Bayes-Kriterium: Maximierung der jeweiligen Erwartungswerte.

- Pfadbewertung zu Beginn der 1. Periode:

  a) **neue Anlage:**
  $0,6 \cdot (0,5 \cdot 996000 + 0,5 \cdot 948000) + 0,4 \cdot (0,8 \cdot 820000 + 0,2 \cdot 780000) = 908000$
  $0,6 \cdot (0,5 \cdot 1012000 + 0,5 \cdot 976000) + 0,4 \cdot (0,8 \cdot 820000 + 0,2 \cdot 780000) = 921200$

  b) **Überstunden**
  $0,6 \cdot (0,5 \cdot 936000 + 0,5 \cdot 888000) + 0,4 \cdot (0,8 \cdot 840000 + 0,2 \cdot 810000) = 880800$
  $0,6 \cdot (0,5 \cdot 952000 + 0,5 \cdot 910000) + 0,4 \cdot (0,8 \cdot 840000 + 0,2 \cdot 810000) = 892200$

  Der höchste Erwartungswert ist 921000, d.h. Entscheidung zu Beginn der ersten Periode für neue Anlage.

- Pfadbewertung zu Beginn der 2. Periode

  a) **weitere Anlage:**
  $0,5 \cdot 996000 + 0,5 \cdot 948000 = 972000$

  b) **Überstunden**
  $0,5 \cdot 1012000 + 0,5 \cdot 976000 = 994000$

  $\Rightarrow$ Entscheidung für Überstunden

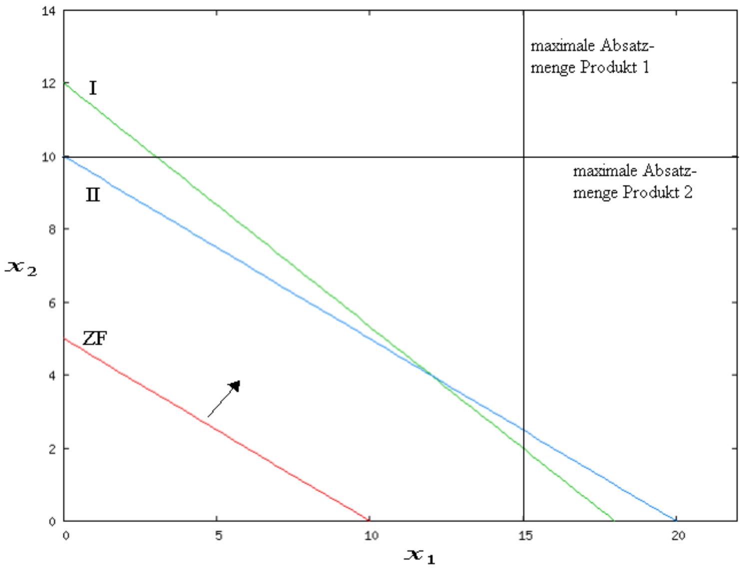
2.5 Aufgabe 2.5

Sind die Ressourcen I und/oder II wirklich Engpässe?
Optimaler Produktionsplan mit Restriktionen
Ziel: Deckungsbeitragsmaximierung, fixe Kosten spielen also keine Rolle für die Entscheidungsfindung
Formale Darstellung der Aufgabe:
Zielfunktion ZF:

$$\begin{array}{rcccl} & (10-9)x_1 & + & (12-10)x_2 & \rightarrow max \\ = & x_1 & + & 2x_2 & \rightarrow max \end{array}$$

Nebenbedingungen in Form von Ungleichungen:

$$\begin{array}{ccccccccl} & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 36 & & \text{Ressource I} \\ & & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 20 & & \text{Ressource II} \\ 0 & \leq & x_1 & & & \leq & 15 & & \text{Absatzrestriktion I} \\ 0 & \leq & & & x_2 & \leq & 10 & & \text{Absatzrestriktion II} \end{array}$$



mögliche Optimallösungen von

$$x^* = (0, 10) \text{ bis } (12, 4)$$

parametrische Lösung

$$x^* = (12 - \alpha, 4 + \frac{\alpha}{2}), \quad \alpha \in [0, 12]$$

mit

$$DB^* = 20 \quad \text{bzw.} \quad G^* = 10$$

⇒ Die Ressource II stellt einen wirklichen Engpass dar, Ressource I hingegen ist für die augenblickliche Gewinnsituation unerheblich, sie würde erst bei einem Ausbau von II auch zu einem Engpass.

2.6 Aufgabe 2.6

a) **Formulieren Sie den Sachverhalt als lineares Optimierungsmodell.**

Transportmenge von L_i nach $K_j : x_{ij} \geq 0; \quad i = 1, 2; \ j = 1, 2, 3$

$ZF : 2x_{12} + 3x_{12} + 5x_{13} + 3x_{21} + 5x_{22} + 6x_{23} \rightarrow$ minimieren

$NB : x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 200$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 200$

$x_{11} + x_{21} = x_{12} + x_{22} = x_{13} + x_{23} = 100$

b) **Bestimmen Sie alle Optimallösungen und den Zielfunktionswert.**

$x_{21} = 100 - x_{11} \geq 0$

$x_{22} = 100 - x_{12} \geq 0$

$x_{23} = 100 - x_{13} \geq 0$

$x_{11}, x_{12}, x_{13} \in [0, 100]$: Entscheidungsvariablen

$\Rightarrow$ in ZF $1400 - x_{12} - 2x_{12} - x_{13} \rightarrow$ minimieren

$NB : x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 200$

$\quad x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 100$

$x_{11}, x_{12}, x_{13} \in [0, 100]$

ZF wird minimal bei: $x_{12} = 100$

$\Rightarrow x_{11} + x_{13} = 100$

$\rightarrow$ parametrische Lösung: $(x_{11}, x_{12}, x_{13}) = (\alpha, 100, 100 - \alpha)$ mit $\alpha \in [0, 100]$

oben eingesetzt: $(x_{12}, x_{22}, x_{23}) = (100 - \alpha, 0, \alpha)$

minimale Kosten: $1400 - \alpha - 200 - (100 - \alpha) = \underline{1100}$

3 Übungsblatt 3: Unternehmensformen

3.1 Aufgabe 3.1

a) **Welche institutionellen Fragen sind im Zusammenhang mit einer Unternehmensgründung zu klären?**

Zu klären ist unter anderem:

- Soll das Unternehmen alleine oder zusammen mit Partnern gegründet werden?
- Wer bringt wieviel Eigenkapital in das Unternehmen mit ein?
- In welcher Höhe bestehen Möglichkeiten von Gesellschafterdarlehen?
- Wer haftet für die Verbindlichkeiten und in welchem Umfang (beschränkte/unbeschränkte Haftung)?
- Welche konkrete Rechtsform soll dem Unternehmen gegeben werden?
- Wer führt die Geschäfte und wie ist die Vertretung nach außen geregelt?

Nicht zu vergessen:

- Gesellschaftervertrag
- Statuten
- Buisinessplan

b) **Welche Wege muss man im Rahmen der Gründung gehen?**

Gesetzlich ist jedermann berechtigt, ein Unternehmen zu gründen: Gewerbefreiheit!

Folgende Wege muss man gehen:

- Eintragung in das Gewerberegister der zuständigen Gemeinde (Gewerbeamt)
- eventuell Genehmigung der Behörden
- Erweiterung der Mitgliedschaft in der IHK

Vor der Unternehmensgründung: In Kenntnis setzen von

- Finanzamt
- zuständige Berufsgenossenschaften
- Krankenkassen

Schließlich sind noch die Anmeldevorschriften für das Handelsregister zu beachten, die sich in Abhängigkeit von der jeweils gewählten Rechtsform unterscheiden können.

c) **Grenzen Sie die Begriffe Selbstorganschaft und Drittorganschaft voneinander ab.**

Selbstorganschaft und Drittorganschaft beziehen sich auf die Führung von

Selbstorganschaft	→	Personengesellschaften	→	geführt von den Gesellschaftern
Drittorganschaft	→	Kapitalgesellschaften	→	geführt von mitgliederunabhängigen Organen (Management)

3.2 Aufgabe 3.2

Siehe ausgeteiltes Lösungsblatt

zu Teil 7:

<u>Ziel</u>: Gründung einer Personengesellschaft und Haftungsbeschränkung ⇒ GmbH & Co.Kg

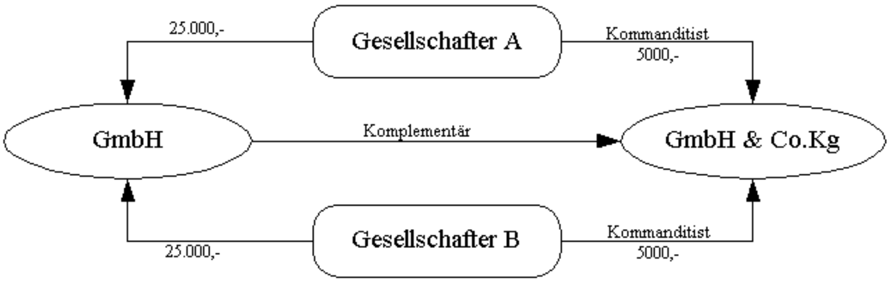
KG (Personengesellschaft)

- Komplementär: Vollhafter, d.h. er haftet mit seinem gesamten Vermögen
- Kommanditisten: Teilhafter

GmbH (Kapitalgesellschaft)

- eigene Rechtspersönlichkeit
- Gesellschafter haften mit Einlage
- Mindestkapital bei Gründung: 25.000 €

Idee: Ersetze natürliche Person des Komplementärs durch die juristische Person der GmbH!



3.3 Aufgabe 3.3

Siehe Lösungsbeiblatt.

3.4 Aufgabe 3.4

Mitbestimmung: institutionierte, juristisch abgesicherte Teilnahme an Entscheidungen im Betrieb
Mitwirkung: quasi Vorstufe zur Mitbestimmung

a) **Welche gesetzlichen Grundlagen existieren für Regelungen der Mitbestimmung in Unternehmen?**

- Montan Mitbestimmungsgesetz von 1951
- Betriebsverfassungsgesetz von 1952, novelliert 1972: Betr.VG 72
- Mitbestimmungsgesetz von 1976

b) **Welche Ebenen einer Unternehmung werden durch diese Gesetze tangiert? Geben Sie typische Beispiele an.**

- Arbeitsplatzebene: z.B. Arbeitsplatzgestaltung, Organisation des techn. Ablaufs
- Betriebliche Ebene: z.B. Entlohnungssysteme, Urlaubsregelungen, Sozialeinrichtungen, Weiterbildungsmaßnahme
- Unternehmensebene: → Gesamtbereich der Unternehmung, z.B. Technologieveränderungen, Betriebsstilllegungen, sowie Aufsichtsratmitbestimmung

c) **Erörtern Sie stichwortartig Mitwirkungs- bzw. Mitbestimmungsmöglichkeiten bei personellen Angelegenheiten.**

Man trennt hier in:

Mitwirkung		Mitbestimmung	
Informationsrecht	Anhörung und Mitberatungsrecht	Veto- und Zustimmungsrecht	Initiativrecht
Unterrichtung über Personalplanung personelle Einzelmaßnahmen	Anhörung des Betriebsrates vor Kündigungen Weiterbildungsmaßnahmen	Einstellungen Umgruppierung Versetzungen Widerspruch gegen Kündigungen Personalfragebögen	Auswahlrichtlinien bei Einstellungen

Tabelle 2: Mitwirkungs- bzw. Mitbestimmungsmöglichkeiten bei personellen Angelegenheiten.

3.5 Aufgabe 3.5

Begründen Sie, warum folgende Aussagen in Verbindung mit dem institutionellen Bereich richtig oder falsch sind:

1. **Erst durch den Anhang wird der Jahresabschluss einer Kapitalgesellschaft vollständig.**
   richtig, weil im Gesetz gereglt (HGB 3. Buch)

2. **Die Publizitätsvorschriften für Personengesellschaften sind im dritten Buch des HGB geregelt.**
   falsch, geregelt ist das im Publizitätsgesetz, für Kapitalgesellschaften gibt es Regelungen der Publizität im HGB 3. Buch

3. **Verluste bei Kapitalgesellschaften können den Anteilseignern steuerlich zugerechnet werden.**
   falsch, denn

   - Verluste bleiben in der Kapitalgesellschaft als juristische Person
   - bei Personengesellschaften können Verluste den Anteilseignern zugewiesen werden in Zusammenhang mit steuerlicher Anrechung

4. **Rechnungslegung, Prüfung und Publizität sind weitgehend rechtsformneutral und somit als Kriterium bei der Rechtsformwahl unerheblich.**
   falsch, gerade nicht

5. **Die Gesellschafter einer OHG sind körperschaftssteuerpflichtig.**
   falsch, sie sind einkommenssteuerpflichtig

6. **Im Gegensatz zu Kapitalgesellschaften besitzen Personengesellschaften keine eigene Rechtspersönlichkeit**
   richtig, das ist es gerade

7. **Eine AG haftet ihren Gläubigern im Insolvenzfall mit den Aktien.**
   falsch, sie haftet mit dem gesamten Vermögen der Unternehmung, quasi Aktivseite. Die Aktionäre können schlimmstenfalls ihren Aktienwert verlieren.

8. **Ausgenommen vom Mitbestimmungsrecht sind sogenannte Tendenzbetriebe.**
   richtig, z.B. Zeitungen bzw. konfessionelle Träger

9. **Der Jahresabschluss steht in der GuV, der Bilanzgewinn in der Bilanz**
   falsch, kann man so nicht sagen, trifft aber oft zu

10. **Ein Kommanditist kann maximal seine Kommandit-Einlage verlieren im Fall der Insolvenz.**
    falsch, stimmt so nicht unbedingt, sondern:
    übernommene Einlage plus Gesellschafterdarlehen, wenn vorhanden

4 Übungsblatt 4: Investitionsrechnung -a-

Statische Investitionsrechnung

4.1 Aufgabe 4.1

a) **Berechnen Sie die notwendigen Kostenbestandteile und entscheiden Sie sich mit Hilfe der statistischen Kostenvergleichsrechnung für eine Alternative.**

Annahme: lineare AfA (Abschreibung für Abnutzung) über 10 Jahre auf Basis der AHK (Anschaffungs- bzw. Herstellkosten)

durchschnittlich gebundenes Kapital für: E_1 : 50000, E_2 : 30000

$\rightarrow$ Jahresdurchschnittswerte

	E_1	E_2
Kalkulatorisches AfA	$10000 = \frac{100000}{10}$	$5000 = \frac{50000}{10}$
Kalkulatorische Zinsen (10% p.a. auf durchschnittl. geb. Kapital)	$5000 = 50000 \cdot 0,1$	$3000 = 30000 \cdot 0,1$
sonstige fixe Kosten	1000	700
$\sum K_{fix}$	16000	9700
Variable Kosten bei maximalem Output	$8000 = 5600 + 1500 + 900$	15000
Gesamtkosten	<u>24000</u>	24700

Tabelle 3: Kosten der beiden Projekte

$\Rightarrow$ Alternative E_1 vorziehen.

Hinweis: die Stückkosten müssen hier (noch) nicht ermittelt werden, da gleicher Output von 12000 Stück.

b) **Bestimmen Sie die Gleichung der Kostenkurven von Maschine E_1 bzw. E_2 sowie die kritischen Werte aus dem Kostenvergleich der drei Maschinen**

Anlage 1: 2,47 GE

max Auslastung 10000 Stück/Jahr

$K_A(x) = 1,67x + 8000$

$$\frac{1,67 \cdot 10000 + 8000}{10000} = 2,47$$

$$K_{E_1}(x) = \frac{8000}{12000} \cdot x + 16000 = 0,\overline{6}x + 16000$$

$$K_{E_2}(x) = \frac{15000}{12000} \cdot x + 9700 = 1,25x + 9700$$

$\rightarrow$ aus: $K_{E_1}(x) = K_{E_2}(x) \quad \Rightarrow \quad 6300 = 0,58\overline{3}x \quad \Rightarrow \quad x = 10800$

ab 10800 Jahresoutput ist E_1 der Maschine E_2 vorzuziehen!

$\rightarrow$ wegen: $K_A(x) = 1,67x + 8000 = 1,25x + 9700 \quad \Rightarrow \quad x = 4048$

ab dieser Stückzahl ist E_2 der Maschine A vorzuziehen!

c) **Was kann im allgemeinen an Kritik gegenüber einer statischen Kostenvergleichsrechnung vorgebracht werden?**

- Die KVR muss gleiche Umsatzerlöse bei Investitionsalternativen unterstellen, da nur so Kostenminimierung mit Gewinnmaximierung zusammenfällt.
- Die KVR macht nur eine Aussage über die Vorteilhaftigkeit eines Projektes relativ zu den betrachteten Alternativen, also keine Aussage über absolute Vorteilhaftigkeit.

- Stimmt der Output der Alternativen nicht überein, muss zum Stückkostenvergleich übergegangen werden.
- Der Zeitaspekt wird wie bei allen statischen Methoden außer Acht gelassen: stattdessen Jahresdurchschnittswerte.

Sinnvoll bei Ersatz- oder Erweiterungsinvestitionen.

4.2 Aufgabe 4.2

Vorbemerkung: Bei statischen Investitionsrechnungen wie auch schon bei der statischen Kostenvergleichsrechnung aus Aufgabe 4.1 geht man von unterstellten, gleichbleibenden Jahresdurchschnittsgrößen aus.

Für welche Investition entscheiden Sie sich, wenn Sie als Entscheidungskriterium

a) **das Gewinnvergleichsverfahren anwenden?**

	I	II
Erlöse/Jahr	$600000 = 60000 \cdot 10$	$800000 = 80000 \cdot 10$
− variable Kosten/Jahresoutput	$-360000 = -6 \cdot 60000$	$-400000 = -80000 \cdot 5$
− fixe Kosten (ohne AfA) /pro Jahr	-70000	-170000
− kalkulatorische Zinsen/Jahr − auf durchschnittlich geb. Kapital	$-25000 = -\frac{500000}{2} \cdot 0,1$	-30000
− AfA/Jahr	$-100000 = -\frac{500000}{5}$	-150000
→ Gewinn/Jahr	45000	<u>50000</u>

Tabelle 4: Vergleich der beiden Projekte

⇒ danach ist II vorzuziehen!

b) **das Rentabilitätsvergleichsverfahren anwenden?**

Da hier nicht angegeben ist, wie die Investitionen finanziert werden, ist es sinnvoll, die Gesamtkapitalrentabilität heranzuziehen.

$$Gesamtkapitalrendite = \frac{Gewinn + Zinsen}{Kapital}$$

(Zinsen können kalkulatorisch und/oder FK-Zinsen und/oder EK-Zinsen sein)

	I	II
durchschnittl. Gewinn (s.o.)	45000	50000
durchschnittl. geb. Kapital	250000	300000
kalk. Zinsen	25000	30000

Tabelle 5: Vergleich der beiden Projekte

$$\begin{aligned} R_{Gesamtkapital} = \frac{G+Z}{K} \quad &= \frac{45000 + 25000}{250000} \quad \leftrightarrow \quad \frac{50000 + 30000}{300000} \\ &= 28\% \quad > \quad = 26{,}67\% \end{aligned}$$

⇒ nach diesem Kriterium ist I vorzuziehen

c) **Welche Problematik ergibt sich bei beiden Verfahren?**

- Was passiert mit der Anschaffungsdifferenz von 100000 GE?
  Gleicher Gewinn? Gleiche Rendite?

- Was passiert nach dem 4. Jahr bzgl. Investition II?
  Gleicher Gewinn? Gleiche Rendite?

Implizit wird gleicher Gewinn bzw. gleiche Rendite unterstellt! Sonst falsche Entscheidungen möglich.

Unterschiedliche Nutzungsdauer und Anschaffungskosten machen Vergleichbarkeit der Alternativen fragwürdig.

4.3 Aufgabe 4.3

Siehe Lösungsbeiblatt.

4.4 Aufgabe 4.4

Zur Beurteilung zweier Investitionsalternativen sollen statistische Verfahren der Wirtschaftlichkeitsrechnung herangezogen werden. Führen Sie eine Analyse der beiden Investitionsalternativen durch, indem Sie folgende Vergleichsrechnungen (als Jahresdurchschnittsgrößen) durchführen:
Kriterienpalette bei statischer Investitionsrechnung.

a) **Kosten pro Jahr**

	A	B
variable Kosten	$56000 = 5,6 \cdot 10000$	$38000 = 3,8 \cdot 10000$
fixe Kosten (Betrieb)	1400	9200
Zins (10% auf $\frac{AHK}{2}$)	$8000 = \frac{160000}{2} \cdot 0,1$	10000
AfA	$16000 = \frac{160000}{10}$	20000
	81400	$\underline{77200}$

Tabelle 6: Kosten der beiden Projekte

b) **Kosten pro Stück**

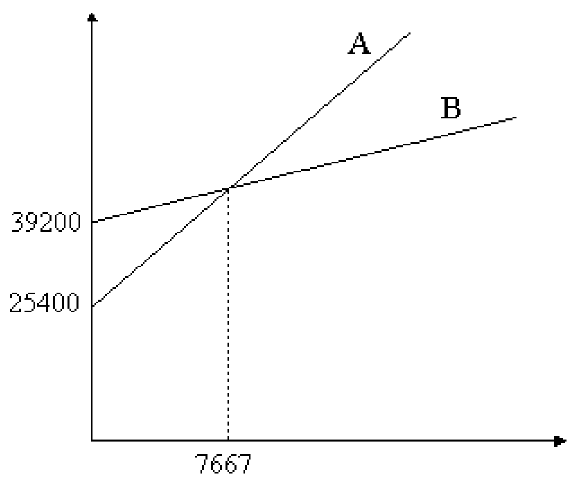
$\frac{81400}{10000} \to 8,14 \quad \leftrightarrow \quad \underline{7,72}$

c) **Kritische Auslastung**

$$\underbrace{25400}_{=1400+8000+16000} + \underbrace{5,6}_{Tabellenwert} \; x^* \stackrel{!}{=} \underbrace{39200}_{=9200+10000+20000} + \underbrace{3,8}_{Tabellenwert} \; x^*$$

$\Rightarrow x^* = \frac{39200-25400}{5,6-3,8} = 7667$

$x < 7667 \quad \leftrightarrow \quad x > 7667 \quad$ bei max. 10000



Da Preise unterschiedlich, kann man auch die kritische Auslastung bezüglich des Gewinns berechnen!

$(10-5,6)x - 25700 \stackrel{!}{=} (10,6-3,8)x - 39200$

$\Rightarrow x^* = \frac{39200-25400}{6,8-4,4} = 5750$

d) **Gewinn pro Jahr**

hier: UE − Kosten ($\hat{=}$ Aufwand)

(Hinweis: Zinsen: hier FK-Zinsen sind voll aufwandswirksam)

	I	II
UE	$100000 = 10000 \cdot 10$	106000
Kosten	-81400	-77200
	18600	<u>28800</u>

e) **Gewinnschwelle** (Break-Even-Punkt)

$$DB(Deckungsbeitrag) \cdot x - K_{fix} \stackrel{!}{=} 0$$

I: $\frac{25400}{\underbrace{4,4}_{=10-5,6}} = 5773$ II: $\frac{39200}{\underbrace{6,8}_{=10,6-3,8}} = 5765$

etwa gleich, bei jeweils ∼ 57,7% Auslastung

f) **Umsatzrentabilität**

Umsatzrendite $(\frac{Gewinn}{Kapital})$

I: $\frac{18600}{100000} = 0,186$ II: $\frac{18800}{106000} = \underline{0,276}$

g) **Kapitalumschlag**

(Umsatz bezogen auf durschnittl. gebundenes Kapital)

I: $\frac{100000}{80000(=\frac{160000}{2})} = \underline{1,25}$ II: $\frac{106000}{100000} = 1,06$

h) **Amortisationsdauer**

Kriterium $\frac{A_0}{Gewinn + AfA}$

I: $\frac{160000}{18600+16000} = 4,624$ II: $\frac{200000}{18800+20000} = \underline{4,098}$

Welche Alternative schneidet besser ab?

Alternative B schneidet - bis auf den Kapitalumschlag - besser ab

⇒ B ist in Hinsicht auf die gewählten Kriterien vorzuziehen.

4.5 Aufgabe 4.5

Siehe Lösungsbeiblatt.

5 Übungsblatt 5: Investitionsrechnung -b-

Dynamische Investitionsrechnung -1-

Kapitalwert:

$$C_0(i) = \sum_{t=0}^{T} a_t \cdot q^{-t} \qquad q = i + 1$$

$$q^{-t} = \frac{1}{(1+i)^t} \qquad \text{Diskretierungsfaktor}$$

$$= a_0 + \sum_{t=1}^{T} a_t \cdot q^{-t}$$

Annuität:

$$C_0 = \sum_{t=0}^{T} a_t \cdot q^{-t} \stackrel{!}{=} \sum_{t=1}^{T} \underbrace{a}_{\text{konstant}} \quad q^{-t}$$

$$C_0 = a \cdot (q^{-1} + q^{-2} + \ldots + q^{-T}) \qquad | \cdot q$$

$$q \cdot C_0 = a \cdot (1 + q^{-1} + \ldots + q^{-T+1})$$

$$\Rightarrow C_0 = a \cdot \underbrace{\frac{q^T - 1}{q^T \cdot i}}_{RBF} \qquad \text{RBF} = \text{Rentenbarwertfaktor}$$

$$a = C_0 \cdot \underbrace{\frac{q^T \cdot i}{q^T - 1}}_{WGF} \qquad \text{WGF} = \text{Wiedergewinnungsfaktor}$$

Interner Zins:

$$C_0 = \sum_{t=0}^{T} a_t \cdot (q^*)^{-t} \stackrel{!}{=} 0 \qquad q^* = 1 + i^*$$

5.1 Aufgabe 5.1

a) **Vervollständigen Sie die beiden Finanzpläne und beschreiben Sie in einem Satz Sinn und Zweck dieser beiden jetzt vollständigen Finanzpläne. Wie wird das erreicht?**

Zeitpunkt t	0	1	2	3
Liquide Mittel	1100			
Projekt A	−1000	0	0	1525
Kredit	286	−136	−136	−136
Zusatzinvestition	−200	150	100	
Kassenhaltung	−86	86		
Kredit			136	−156
Entnahmen	100	100	100	100
Endvermögen				1133

Tabelle 7: Vollständiger Finanzplan für Projekt A

Mit Hilfe des vollständigen Finanzplanes gelingt es, konkurrierende Investitionsprojekte zu echten Alternativen zu komplettieren:

→ Volumen, Zeitraum

Dies wird erreicht, indem man in die Zahlungsreihen des eigentlich zu beurteilenden Projektes die Zahlungsreihen von Ergänzungsinvestitionen und Ergänzungsfinanzierungen einfügt, so dass in den

Zeitpunkt t	0	1	2	3
Liquide Mittel	1100			
Projekt B	−1300	800	900	
Kredit	300	−142	−142	−142
Kassenhaltung		−558	558	
Finanzinvestition			−1216	1362
Entnamhen	100	100	100	100
Endvermögen				1120

Tabelle 8: Vollständiger Finanzplan für Projekt B

letzten beiden Zeilen des Finanzplans Überschüsse entstehen, die dem *gewünschten Entnahmestrom* des Investors und seinem erzielbaren Endvermögen entsprechen.

b) **Welche Investition, A oder B, ist vorzuziehen, und warum?**

A ist besser als B, da Entnahmen von 100 GE pro Periode bei beiden gewährleistet ist, das Endvermögen in $t = 3$ bei A aber größer ist als in B.

$$(A) \quad 1133 \qquad > \qquad 1120 \quad (B)$$

c) **Ermitteln Sie in grober Annäherung aus dem ersten Finanzplan den Effektivzins für den Kredit bzw. den internen Zins für die Zusatzinvestition und interpretieren Sie ihren jeweiligen ökonomischen Aussagewert.**

Kredit: ZR: $(286, -136, -136, -136)$

$\rightarrow 286 = 136 \cdot (1 + i^*)^{-1} + 136 \cdot (1 + i^*)^{-2} + 136 \cdot (1 + i^*)^{-3}$

$\Rightarrow i^* = 20\%$ p.a.

Interpretation: i^* gibt den effektiv zu zahlenden Zins wieder für die jeweilige Kredithöhe.

Zusatzinvestition: ZR: $(-200, 150, 100)$

$\rightarrow 200 = 150 \cdot (1 + i^*)^{-1} + 100 \cdot (i + i^*)^{-2}$

$\Rightarrow i^* = 17,54\%$

Hier ist aber wegen der Wiederanlageprämisse eine nicht zulässige Annahme, Wiederanlagemöglichkeit, gemacht worden über die Zukunft. Man tut so, als ob die Rückläufe immer zu 17,54% reinvestiert werden können.

Interpretation: i^* ist wenig brauchbare Größe!

5.2 Aufgabe 5.2

a) **Erstellen Sie die Zahlungsreihe der Investition!**

t	0	1	2	3	
Anschaffungsausgabe	−150000				
Umsatz (EZ)		100000 (*)	144000	117000	(*) $= 1000 \cdot 100$
Kosten (AZ)		−70000 (**)	−72000	−54000	(**) $= 1000 \cdot 70$
	−150000	30000	72000	63000	

Tabelle 9: Zahlungsreihe der Investition

b) **Welcher Zins sollte als Kalkulationszins gewählt werden? (Begründung!)**

Da Eigenmittel genügend vorhanden sind:

$$\text{Kalkulationszins } i = \text{Anlagezins} = 10\% \text{ p.a.}$$

c) **Ist die Investition vorteilshaft? (Rechnung!)**

Kapitalwertkriterium:

$$C_0(i=0,1) = -150000 + \frac{30000}{1,1} + \frac{72000}{1,1^2} + \frac{63000}{1,1^3} = -15890 \quad < 0$$

$\Rightarrow$ Investition nicht vorteilhaft, da Kapitalwert negativ!

d) **Bei welchem Verkaufspreis pro Stuhl in $t = 3$ ist die Investition ökonomisch gleichwertig mit der Wertpapieranlage, wenn alle übrigen Angaben unverändert bleiben?**

Es muss gelten: KW[1] ≥ 0

$$C_0(i=0,1; p_{t=3}) = -150000 + \frac{30000}{1,1} + \frac{72000}{1,1^2} + \frac{900 \cdot (p-60)}{1,1^3} \overset{!}{=} 0$$

$\Rightarrow 900 \cdot (p-60) = 63223 \cdot 1,1^3 = 84150$

$\Rightarrow p = \frac{84150+54000}{900} = 153,50$

Die Investition ist ökonomisch gleichwertig mit der Kapitalanlage ($\hat{=} C_0 = 0$) bei einem Verkaufspreis in $t = 3$ von $p = 153,50$ ($\gg 130$)

5.3 Aufgabe 5.3

a) **Eine Rente wird 5 Jahre lang monatlich ausgezahlt, beginnend in einem Jahr ($t = 13$[Monate]). Die Auszahlung betrage monatlich 1000 DM und erfolge jeweils am Monatsende. Berechnen Sie den Kapitalwert der Rente zum Zeitpunkt $t = 0$ bei einem Kapitalmarktzins von 1% pro Monat. (Rentenbarwertfaktor: $\frac{q^t-1}{q^t \cdot i}$)**

t [Mon]	0	1	...	12	13	14	...	72
ZR [DM]	0	0	...	0	1000	1000	...	1000

Tabelle 10: Zahlungsreihe der Rente

$i = 0,01$ [pro Monat]

$$\begin{aligned} C_{12} &= 1000 \cdot RBF(T=60; i=0,01) \\ &= 1000 \cdot \frac{1,01^{60}-1}{1,01^{60} \cdot 0,01} = 44995 \end{aligned}$$

Kapitalwert der Rente in $t = 0$:

$$C_0 = \frac{C_{12}}{1,01^{12}} = 39895,3$$

Interpretation: eine Rentenzahlung über 5 Jahre in der obigen Form hat einen heutigen ökonomischen (Bar-)Wert von knapp 40000 [DM].

b) **Eine weitere Reihe habe unendliche Laufzeit. Die Auszahlung der Annuität a ($a > 0$) erfolgt ab $t = 1$ jeweils am Periodenende. Zahlungsreihe: $(0, a, a, a, \ldots)$**

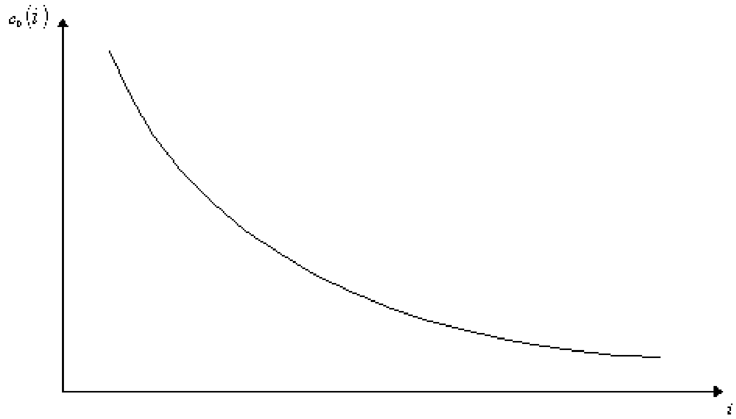
(i) **Berechnen Sie den Kapitalwert der Rente in Abhängigkeit vom Zahlungsbetrag a und dem Kalkulationszins i pro Periode!**

$$C_0 = \lim_{t\to\infty}(a \cdot \frac{q^t-1}{q^t \cdot i}) = a \lim_{t\to\infty}(\frac{q^t}{q^t \cdot i} - \frac{1}{q^t \cdot i}) = a \cdot (\frac{1}{i} - 0) = \frac{a}{i}$$

wichtige Beziehung von Barwert und ewiger Rate und Zins!

[1] KW = Kapitalwert

(ii) **Skizzieren Sie die Kapitalwertfunktion dieser Rente!**



(iii) **Existiert ein interner Zins i^*?**
Es existiert kein interner Zins i^*, da $C_0(i) > 0$ $\forall i$, d.h. kein Schnittpunkt der Kapitalwert-Funktion mit der i-Achse.

5.4 Aufgabe 5.4

t	0	1	2	3	4
ZR	-1000	450	250	200	500
Kredite	$\frac{450}{1{,}06}$	-450			
	$\frac{250}{1{,}06^2}$		-250		
	$\frac{200}{1{,}06^3}$			-200	
	$\frac{500}{1{,}06^4}$				-500
	211	0	0	0	0

Tabelle 11: Exkurs

Auf dem vollkommenen Kapitalmarkt kann jederzeit zu 6% Zinsen pro Periode Geld aufgenommen und angelegt werden.

a) **Berechnen Sie den Kapitalwert und den Endwert des Projekts und entscheiden Sie über seine Vorteilhaftigkeit!**

$$C_0(i = 0{,}06) = -1000 + 450 \cdot (1{,}06)^{-1} + 250 \cdot (1{,}06)^{-2} + 200 \cdot (1{,}06)^{-3} + 500 \cdot (1{,}06)^{-4} = 211 \quad > 0$$

$$C_T(i = 0{,}06) = 211 \cdot 1{,}06^4 = 267 \quad > 0$$

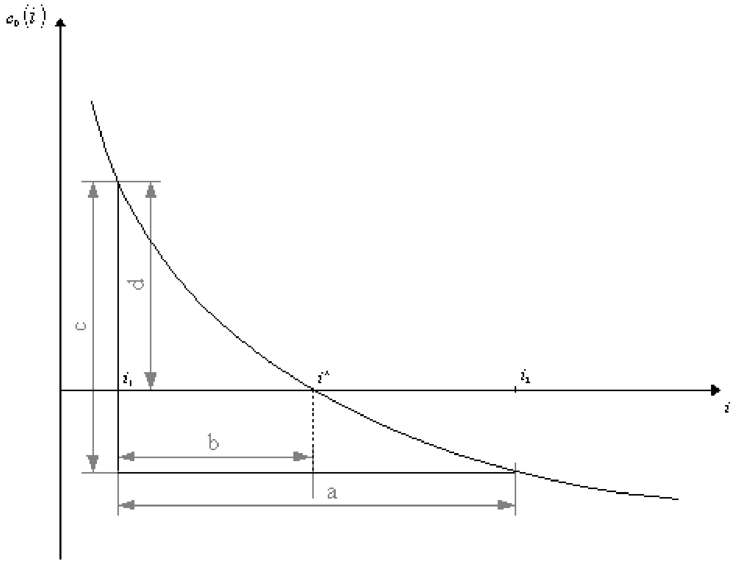
Projekt ist vorteilhaft wegen $KW > 0$ und $EW > 0$

Hinweis: Endvermögen ist: $EV = 267 + 1000 \cdot 1{,}06^4 = 1529 = 1211 \cdot 1{,}06^4$

Wer es nicht glaubt kann es verifizieren durch vollständigen Finanzplan.

b) **Berechnen Sie – explizit – näherungsweise den internen Zinsfuß der Investition.**

Idee:



Wir brauchen einen positiven und einen negativen Kapitalwert.:
$C_0(i_1 = 0,1) = 107,5 \quad > 0$
$C_0(i_2 = 0,2) = -94,5 \quad < 0$
Regula falsi:

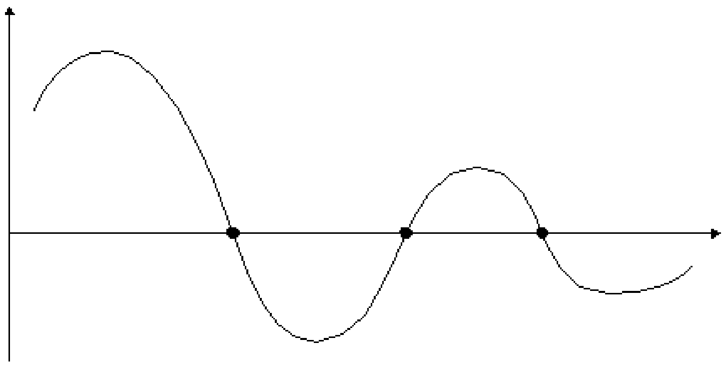
$$\frac{i_1 - i^*}{i_1 - i_2} = \frac{C_0(i_1) - \overbrace{C_0(i^*)}^{=0}}{C_0(i_1) - C_0(i_2)}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \qquad -i^* &= -i_1 + (i_1 - i_2) \cdot \frac{C_0(i_1)}{C_o(i_1) - C_0(i_2)} \\ \Leftrightarrow \qquad i^* &= i_1 + (i_2 - i_1) \cdot \frac{C_0(i_1)}{C_0(i_1) - C_0(i_2)} \\ &= 0,1 + (0,2 - 0,1) \cdot \frac{107,5}{107,5 + 94,5} \\ &= \underline{0,1532} \end{aligned}$$

exakter Wert $i^* = 0,1488$

c) **Nennen Sie zwei Nachteile des internen Zinsfußes als Entscheidungskriterium.**

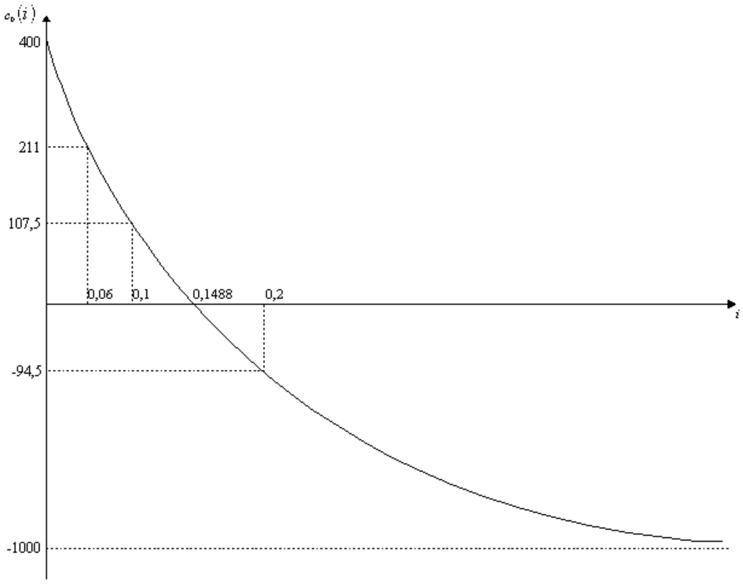
(a) Interner Zins ist –bei ZRen mit wechslenden Vorzeichen– oft mehrdeutig bzw. existiert nicht!



(b) Wiederanlageprämisse (zum internen Zins)

Es wäre wohl reiner Zufall wenn zwischenzeitliche Rückflüsse wieder genau zum internen Zins der ursprünglichen Zahlungsreihe reinvestiert werden könnten.

d) **Skizzieren Sie die Kapitalwertfunktion in Abhängigkeit vom Zins i in einem Diagramm, mit Hilfe der obigen Berechnungen und unter Grenzwertüberlegungen für $i \to \infty$ und $i \to 0$.**



e) **Der Investor erhält das Angebot, alternativ zur Durchführung der Sachinvestition in ein Finanzprojekt 1000 GE zu investieren, aus dem er dann zu den drei Zeitpunkten $t = 2, 3, 4$ jeweils eine gleich hohe Rückzahlung bezieht. Wie hoch müsste diese Rückzahlung sein, um die Indifferenz bezüglich Sachinvestition und Finanzinvestition herzustellen?**

Vergleichsbasis ist der Kapitalwert $C_0(i = 0,06) = 211$

$\Rightarrow -1000 + x \cdot (1,06^{-2} + 1,06^{-3} + 1,06^{-4}) \stackrel{!}{=} 211$

mit x als gesuchtem Cashflow in $t = 2, 3, 4$ aus dem Finanzprojekt

$\Rightarrow x = 1211 \cdot 0,3966 = 480,23$

d.h. in dieser Höhe müsste der Cashflow aus dem Finanzprojekt in $t = 2, 3, 4$ sein, um ökonomische Indifferenz der Vorteilshaftigkeit zu erreichen!

Probe: $-1000 + 480,23 \cdot 1,06^{-2} + 480,23 \cdot 1,06^{-3} + 480,23 \cdot 1,06^{-4} = 211 = C_0$

5.5 Aufgabe 5.5

Siehe Lösungsbeiblatt.

5.6 Aufgabe 5.6

Siehe ausgeteiltes Lösungsblatt.

6 Übungsblatt 6: Investitionsrechnung -c-

Dynamische Investitionsrechnung -2-

6.1 Aufgabe 6.1

Siehe Lösungsbeiblatt.

6.2 Aufgabe 6.2

1. **Welche Investition soll die Unternehmung realisieren, wenn nur eine durchgeführt werden kann (rechnerische Begründung).**

   da Eigenmittel i.H.v. 270 GE vorhanden $\Rightarrow i = 0,06$

   $$C_0^I(i = 0,06) = 3 \qquad < \qquad C_0^{II}(i = 0,06) = 3,56$$

   $\Rightarrow$ Realisation von Investition II, da $C_0^{II} > C_0^I$.

2. **Soll sie ggf. beide Investitionen durchführen, falls beide Investitionen sich nicht gegenseitig ausschließen?**

   wegen

   $$\begin{array}{lll} C_0^I(i = 0,06) & > 0 & \text{und} \\ C_0^{II}(i = 0,06) & > 0 & \text{mit} \qquad EM = 270 \quad > \quad a_0^I + a_0^{II} = 190 \end{array}$$

   kann man beide Investitionen realisieren.

3. **Die Investitionen können nun mehrfach realisiert werden. Wie sieht das optimale Investitionsprogramm aus?**

   Bei Fremdfinanzierung: $i = 0,08$

   $C_0^I(i = 0,08) = -1,81 < 0 \quad \Rightarrow$ nicht vorteilhaft bei Fremdfinanzierung

   $C_0^{II}(i = 0,08) = 0,2 \quad > 0 \quad \Rightarrow$ vorteilhaft bei Fremdfinanzierung

   $C_{0_{EM}}^I \quad > \quad C_{0_{FM}}^{II}$

   Zur Verfügung stehen: $EM + FM = 270 + 500 = 770$

   $\frac{270}{90} = 3$ (3× Investition II mit Eigenmitteln finanzieren)

   $\frac{500}{90} = 5$ (5× Investition II mit Fremdmitteln finanzieren)

   $C_0^{max} = 3 \cdot \underbrace{C_{0_{EM}}^I}_{=3,56} + 5 \cdot \underbrace{C_{0_{FM}}^{II}}_{=0,2} = 11,68$

6.3 Aufgabe 6.3

a) **Soll er in das Projekt investieren? Wie hoch fällt der zugehörige Kapitalwert (KW), wie hoch der Endwert (EW) aus bei einem Planungshorizont von $T = 4$? Mit welchem Endvermögen (EV) kann er rechnen?**

$KW = C_0 = -1000 + 400 \cdot 1,1^{-1} + 300 \cdot 1,1^{-2} + 200 \cdot 1,1^{-3} + 500 \cdot 1,1^{-4} = 103,34 \quad > 0$

$EW = 1,1^4 \cdot C_0 = 103,34 \cdot 1,1^4 = 151,3 \quad > 0$

$EV = \underbrace{500}_{EM} \cdot 1,1^4 + 151,3 = 883,35 = (500 + 103,34) \cdot 1,1^4$

$\Rightarrow$ da $KW > 0$ ist die Investition vorteilhaft $\Rightarrow$ realisieren!

b) **Sein Konsumentnahmeplan sieht für den Planungszeitraum wie folgt aus: siehe Finanzplan Zeile „Entnahmen“.**
Verifizieren Sie diesen Plan mit Hilfe eines vollständigen Finanzplans. Mit welchem Endvermögen in $T = 4$ kann er jetzt rechnen?

Hier wurden 1-periodige Kredite verwendet, da das einfacher zu handhaben ist ($\rightarrow$ Klausur)!

	0	1	2	3	4	
Cashflow	-1000	400	300	200	500	
Eigenmittel	500					
Entnahmen	–	-10	-24	-10	-30	[GE]
Kredit_0	500	-550				
Kredit_1		160	-176			
Anlage_0			-100	110		
Anlage_1				-300	330	
	0	0	0	0	$\underline{800}$	$\hat{=}$ Endvermögen

Tabelle 12: Vollständiger Finanzplan

c) **Aufgabentext siehe Übungsblatt**

c1) **Wie lange sollte er das erste Projekt laufen lassen, wenn er es genau einmal wiederholen lassen kann?**
Wegen positiver Cash-Flows (CF) läuft zweites (!) Projekt 3 Perioden mit $KW = 39,91 > 0$
Da

$$CF_3 = 10 > \underbrace{0,1}_{=i} \cdot C_0 = 0,1 \cdot 39,91 = 3,99$$

$\Rightarrow$ erstes (!) Projekt ebenfalls volle 3 Perioden

c2) **Wie lange sollte das Projekt jeweils laufen, wenn es beliebig oft wiederholt werden könnte?**
Beliebig oft wiederholen: Suche nach der maximalen Annuität.

$$C_0 = a \cdot RBF = a \cdot \frac{q^T - 1}{q^T \cdot i}$$

$$\Rightarrow a = C_0 \cdot \underbrace{\frac{q^T \cdot i}{q^T - 1}}_{WGF}$$

$t = 1:$ unsinnig wegen negativem Kapitalwert!
$t = 2:$ $C_0 = 32,4$ als Annuität: $a = \frac{32,4 \cdot 1,1^2 \cdot 0,1}{1,1^2 - 1} = \underline{18,67}$
$t = 3:$ $C_0 = 39,91$ als Annuität: $a = \frac{39,91 \cdot 1,1^3 \cdot 0,1}{1,1^3 - 1} = 16,097$
$\Rightarrow$ Die Projekte sollten jeweils 2 Perioden laufen.

6.4 Aufgabe 6.4

Siehe Lösungsbeiblatt.

6.5 Aufgabe 6.5

a) **Bestimmen Sie rechnerisch das optimale Investitionsprogramm und den damit verbundenen Vermögenszuwachs in $t = 0$.**
KW-Methode liefert:
$C_0^I = -260000 + \frac{150000}{1,1} + \frac{131600}{1,1^2} + \frac{97500}{1,1^3} = 58377,16$
$C_0^{II} = -540000 + \frac{400000}{1,1} + \frac{100000}{1,1^2} + \frac{255000}{1,1^3} = 97866,27$
$C_0^{III} = -540000 + \frac{400000}{1,1} + \frac{200000}{1,1^2} + \frac{150000}{1,1^3} = 101622,84$

Wegen $C_0^{III} > C_0^{II}$ und gegenseitigem ausschließen:
optimales Programm: $C_0^I + C_0^{III}$
mit Vermögenszuwachs in $t = 0$ i.H.v. 160000

b) **Welchen Lebensstandart (Konsum) in GE/Jahr kann sich Herr Glück nun fortwährend leisten, ohne sein Vermögen aufzuzehren, d.h. wenn er wie geplant ausschließlich von Zinsen leben will.**

Gesamtvermögen in $t = 0$:

$$800000 + 160000 = 960000$$

Diese werden mit 10% p.a. verzinst.

$t = 1, 2, 3, \ldots \quad 960000 \cdot 0,1 = 96000 \quad < \quad 110000$ (wie geplant)

c) **Verifizieren Sie ihr Ergebnis, indem Sie den Finanzplan für die Perioden 1 bis 5 vervollständigen.**

t	0	1	2	3	4	5
Anfangsvermögen	800000					
Investition I	−260000	150000	131600	97500		
Investition II	−540000	400000	200000	150000		
Konsum	–	−96000	−96000	−96000	−96000	−96000
Überschuss	0	454000				
Anlage		−454000	499400			
Überschuss		0	735000			
Anlage			−735000	808500		
Überschuss			0	960000		
Anlage				−960000		
Überschuss				0	etc.	

Tabelle 13: Vollständiger Finanzplan

d) **... entschließt er sich, sein maximal erzielbares Vermögen nun doch durch konstante jährliche Entnahmen i.H.v. 110000 in den Zeitpunkten $1, 2, 3, \ldots T$ aufzuzehren.**
Wie lange ($T =?$) kann er diese Rente von 110000 entnehmen?

$$C_0 = a \cdot RBF$$

$\Rightarrow C_0 = a \cdot \frac{q^T - 1}{q^T \cdot i}$

Gesucht: T

$C_0 =$ Barwert der Rente $= 96000$

$\Rightarrow 96000 \stackrel{!}{=} 110000 \cdot \frac{q^T - 1}{q^T \cdot i}$

$\Leftrightarrow 960000 \cdot (q^T \cdot i) = 110000 \cdot (q^T - 1)$

$\Leftrightarrow 14000 \cdot 1,1^T = 110000$

$\Leftrightarrow T \cdot \ln 1,1 = \ln 7,8591$

$\Leftrightarrow T = \frac{2,0614}{0,0953} = 21,63$ [Jahre]

$\Rightarrow$ danach ist alles aufgebraucht.

6.6 Aufgabe 6.6

Siehe ausgeteiltes Lösungsblatt.

7 Übungsblatt 7: Beschaffung und Materialwirtschaft

7.1 Aufgabe 7.1

Siehe ausgeteiltes Lösungsblatt.

7.2 Aufgabe 7.2

Siehe Lösungsbeiblatt.

7.3 Aufgabe 7.3

a) **Welche und wie viele Einzelteile werden jeweils für ein Fertigprodukt $\mathbf{F_1}$ bzw $\mathbf{F_2}$ benötigt?**

Der Bedarf an Einzelteilen ergibt sich aus:

$$\begin{array}{c} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} B_1 & B_2 & B_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \times \begin{array}{c} \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} F_1 & F_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} F_1 & F_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 14 & 8 \\ 7 & 6 \\ 4 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{array}$$

b) **Veranschaulichen Sie diesen Zusammenhang durch einen Gozinto-Graphen, der die mengenmäßige Beziehung von Einzelteilen und Fertigprodukten wiederspiegelt.**

Der zugehörige Gozinto-Graph hat das Aussehen von Abbildung 1:

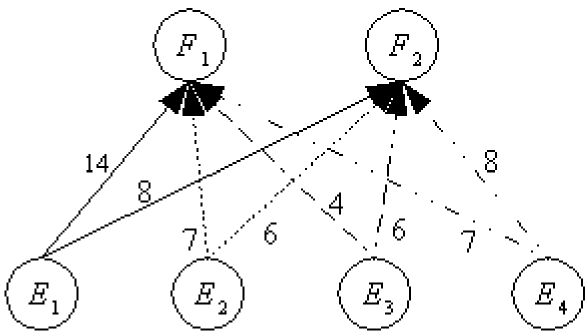


Abbildung 1: Gozinto-Graph zu Aufgabe 7.3 b)

c) **Ermitteln Sie für eine vorgesehene Produktion von 450 Stück $\mathbf{F_1}$ und 680 Stück $\mathbf{F_2}$ die erforderliche Anzahl der Einzelteile.**

Bedarf an Einzelteilen:

$$\begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{array} \begin{pmatrix} 14 & 8 \\ 7 & 6 \\ 4 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \times \begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \end{array} \begin{pmatrix} 450 \\ 680 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11740 \\ 7230 \\ 5880 \\ 8590 \end{pmatrix} \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{array}$$

d) **Erfahrungsgemäß entsteht beim Zusammenbau von $\mathbf{B_1}$ ein Ausschuss von 10%. Welche Auswirkungen hat das auf die notwendige Einsatzmenge des Einzelteils $\mathbf{E_1}$, wenn vom Fertigprodukt $\mathbf{F_1}$ 90 Stück hergestellt werden sollen?**

Zur Verdeutlichung Darstellung des gesamten Sachverhalts als Gozinto-Graph siehe Abbildung 2.

Es sollen nun 90 Stück F_1 hergestellt werden unter Berücksichtigung vom Ausschuss.

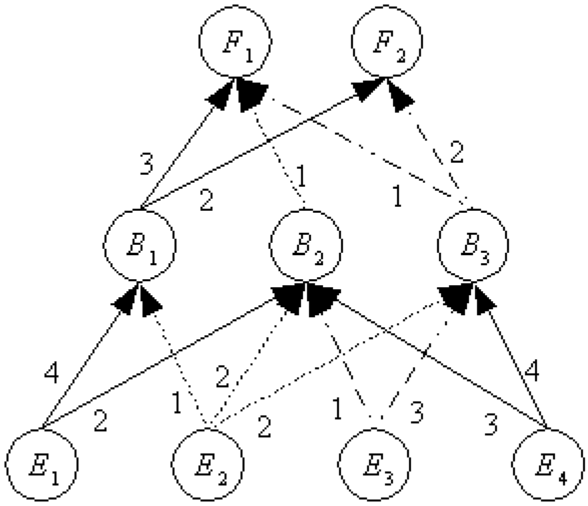


Abbildung 2: Gozinto-Graph zu Aufgabe 7.3 d)

Sei x die produzierte Menge von B_1 *vor* Ausschuss, dann gilt:

$$90 \stackrel{!}{=} \frac{x}{3} \cdot 0,9 \quad \Rightarrow \quad x = 300$$

Dazu werden von E_1 benötigt:

$$\begin{array}{rl} 4 \cdot 300 & (\text{für } B_1) \\ 2 \cdot \ \ 90 & (\text{für } B_2) \\ \hline 1380 & \hat{=} \text{ benötigtem Einsatzbedarf von } E_1 \text{ für Herstellung von 90 Stück } F_1. \end{array}$$

Ohne Ausschuss nur

$$3 \cdot 4 \cdot 90 + 2 \cdot 1 \cdot 90 = 1260 \ E_1.$$

7.4 Aufgabe 7.4

a) **Stellen Sie diese Stücklistensituation durch einen Gozinto-Graphen anschaulich dar.**

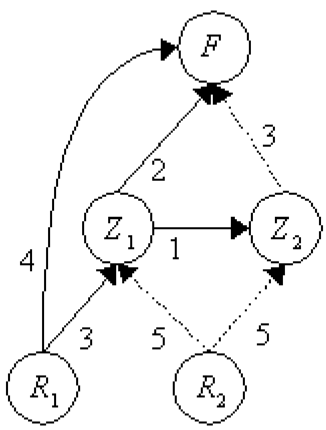


Abbildung 3: Gozinto-Graph zu Aufgabe 7.4 a)

b) **Geben Sie nun die zugehörige Technologiematrix an und berechnen Sie die Gesamtbedarfsmatrix.**

x: Vektor der Primärbedarfsmengen

$\mathcal{A}$: Direktbedarfsmatrix

r: Vektor der Gesamtbedarfsmengen

$$\begin{aligned} & r = \mathcal{A} \cdot r + x \\ \Leftrightarrow \quad & r = (\mathcal{E} - \mathcal{A})^{-1} \cdot x = \mathcal{T}^{-1} \cdot x \end{aligned}$$

$\mathcal{T}^{-1}$: Gesamtbedarfsmatrix $\quad$ $\mathcal{T}$: Technologiematrix

Technologiematrix:

$$\mathcal{T} = \mathcal{E} - \mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 0 & -4 \\ & 1 & -2 & -5 & 0 \\ & & 1 & -1 & -2 \\ & 0 & & 1 & -3 \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

Gesamtbedarfsmatrix:

$$\begin{array}{lcccccccccc} R_1 & = & b_{R_1} & & + & 3Z_1 & & & + & 4F \\ R_2 & = & & b_{R_2} & + & 2Z_1 & + & 5Z_2 & & \\ Z_1 & = & & & & b_{Z_1} & + & 1Z_2 & + & 2F \\ Z_2 & = & & & & & & b_{Z_2} & + & 3F \\ F & = & & & & & & & & b_F \end{array}$$

$$\begin{array}{lcccccccccc} R_1 & = & b_{R_1} & & + & 3b_{Z_1} & & 3b_{Z_2} & + & 19b_F \\ R_2 & = & & b_{R_2} & + & 2b_{Z_1} & + & 7b_{Z_2} & + & 25b_F \\ Z_1 & = & & & & b_{Z_1} & + & b_{Z_2} & + & 5b_F \\ Z_2 & = & & & & & & b_{Z_2} & + & 3b_F \\ F & = & & & & & & & & b_F \end{array}$$

$$\mathcal{G} = \mathcal{T}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 3 & 19 \\ & 1 & 2 & 7 & 25 \\ & & 1 & 1 & 5 \\ & 0 & & 1 & 3 \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

c) **Für einen konkreten Produktionsplan sollen 1000 Einheiten F hergestellt werden, sowie zusätzlich von $\mathbf{Z_1}$ 500 Stück und von $\mathbf{Z_2}$ 300 Stück auf Vorrat gefertigt werden. Wieviele Einheiten Rohstoff $\mathbf{R_1}$ und $\mathbf{R_2}$ sind dazu nötig?**

Der geforderte Bedarf ist: Primärbedarfsmengen

$$\begin{aligned} x &= (0, 0, 500, 300, 1000) \\ r &= \mathcal{G} \cdot x \end{aligned}$$

mit

$$\begin{array}{lccccccccccccl} R_1 & = & 0 & + & 0 & + & 1500 & + & 900 & + & 19000 & = & 21400 & \text{(Stück)} \\ R_2 & = & 0 & + & 0 & + & 1000 & + & 2100 & + & 25000 & = & 28100 & \text{(Stück)} \end{array}$$

7.5 Aufgabe 7.5

Berechnen Sie für die beiden tabellarisch angegebenen Zeitreihen die Prognosewerte nach der Methode des exponentiellen Glättens erster Ordnung.

Ansatz: Prognose wird als Lernprozess aus Daten und alter Prognose abgeleitet.

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha \; y_t + (1 - \alpha)\hat{y}_t$$

Ausgangspunkt: Glättungsparameter vorgegeben mit $\alpha = 0,5$

Fortsetzung der Startwerte: $\hat{x}_1 = 1, \quad \hat{y}_1 = 1$

Siehe Tabelle 7.5.

Die Diagramme für $\hat{y}_t, y_t$ und $\hat{x}_t, x_t$ kann sich jeder selbst vorstellen ;-)

t	1	2	3	4	5	6	7
Beobachtung y_t	1	2	3	3	2	3	
$\rightarrow$ Prognose $\hat{y}_t$	1	1	1,5	2,25	2,63	2,32	2,66
Beobachtung x_t	1	1	1	3	3	3	
$\rightarrow$ Prognose $\hat{x}_t$	1	1	1	1	2	2,5	2,75

Tabelle 14: Zeitreihe der Prognosewerte

Allgemeiner Hinweis: Das exponentielle Glätten möchte zufällige Schwankungen ausgleichen und gegenüber z.T. zufällig schwankenden Beobachtungen relativ stabile Prognosewerte liefern. Demzufolge werden Niveauänderungen vom Prognosesystem nur in Abhängigkeit des Glättungsparameters α schneller bzw. langsamer identifiziert!

8 Übungsblatt 8: Betriebliche Leistungserstellung -a-

8.1 Aufgabe 8.1

a) **Grenzen Sie voneinander ab:**
Humanfaktor ↔ Materialfaktor ↔ Potentialfaktor

Humanfaktor: menschliche Leistung, Produktionsfaktor, Arbeit

Materialfaktor: wird im Produktionsprozeß verbraucht, geht unmittelbar in das Produkt mit ein

Potentialfaktor: dauerhaft genutzte Sachmittel: Sachanlagevermögen (SAV)

b) **Wie lauten – auf einen Nenner gebracht – die zentralen Fragen der betrieblichen Leistungserstellung?**

- Welche Faktoren sind zur Produktion notwendig?
- Welche Faktoren sind substituierbar?
- Wie können diese Faktoren eingesetzt werden?
- Wie lassen sie sich innerbetrieblich verknüpfen?

c) **Wie werden die sog. Elementarfaktoren der Produktion im Rechnungswesen erfaßt?**

- ausführende Arbeit: in ReWe erfasst durch Aufwand in der GuV (Löhne, Gehälter)
- Werkstoffe: in ReWe erfasst durch Umlaufvermögen (UV) in der Bilanz, bei Verbrauch Aufwand in der GuV
- Betriebsmittel: in ReWe erfasst durch Anlagevermögen (AV), längerfristig in der Bilanz, bei Verbrauch Aufwand (Abschreibungsaufwand) in der GuV (→ AfA)

d) **Grenzen Sie – kurz und bündig – Limitationalität gegen Substitutionalität im Zusammenhang mit einer Produktionsfunktion voneinander ab.**

Substitutionalität ist für die Produktionsfaktoren einer Produktionsfunktion immer dann gegeben, wenn der Ertrag durch verstärkten Einsatz nur eines Faktors und Konstanz der übrigen erhöht werden kann und wenn die Produktionsfaktoren bei konstantem Ertrag gegeneinander ausgetauscht werden können.

Bei Limitationalität kann der Ertrag hingegen nur vergrößert werden, wenn alle Faktoren der Produktionsfunktion entsprechend den technischen Bedingungen vermehrt eingesetzt werden, immer in einem festen Verhältnis zueinander.

Im Gegensatz zur Substitutionalität ist der Grenzertrag eines Faktors bei Limitationalität stets gleich null!

8.2 Aufgabe 8.2

In der Literatur werden vier Hypothesen über den möglichen Verlauf der Kurve des Gesamtertrags diskutiert.
Hypothese I: X wächst mit konstantem Zuwachs (siehe Abb. 4)
Hypothese II: X wächst mit konstanten Zuwachsraten (siehe Abb. 5)
Hypothese III: X wächst mit fallenden Zuwachsraten (siehe Abb. 6)
Hypothese IV: zunächst progressiver, dann degressiver Ertragsverlauf (siehe Abb. 7)

a) **Welcher Hypothese entsprechen die folgenden Funktionen?**

b) **Ermitteln Sie für jede dieser Funktionen den Zusammenhang zwischen**
Gesamtertrag – Durchschnittsertrag – Grenzertrag.

$x = 5r$

Hypothese I

Durchschnittsertrag: $x' = 5 = const = \frac{x}{r} = \frac{5r}{r} = 5$

Grenzertrag const = Durchschnittsertrag

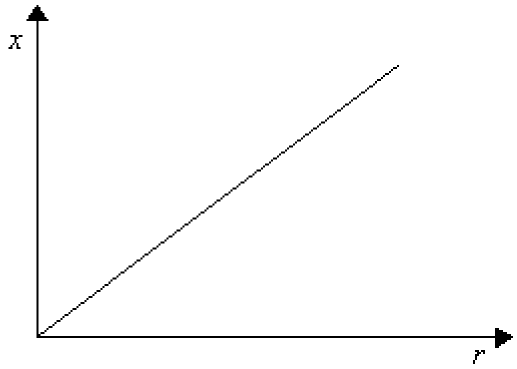


Abbildung 4: Hypothese I: linearer Ertragsverlauf

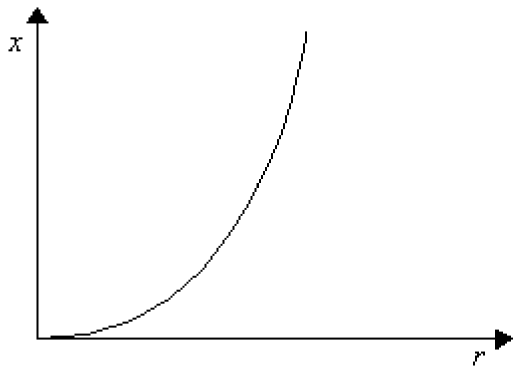


Abbildung 5: Hypothese II: progressiver Ertragsverlauf

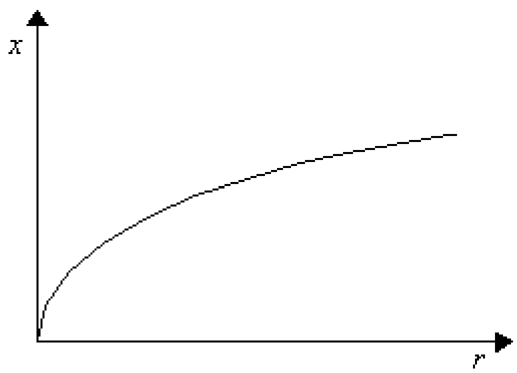


Abbildung 6: Hypothese III: degressiver Ertragsverlauf

Abbildung 7: Hypothese IV: zunächst progressiver, dann degressiver Ertragsverlauf

$x = \sqrt{9r}$

$x' = \frac{3}{2}r^{-\frac{1}{2}} > 0 \qquad x'' = -\frac{3}{4}r^{-\frac{3}{2}} < 0 \qquad \Rightarrow$ konkav

$\frac{x}{r} = \frac{3r^{\frac{1}{2}}}{r} = 3r^{-\frac{1}{2}}$

$x' < \frac{x}{r} \qquad \Rightarrow$ Hypothese III (siehe Abb. 8)

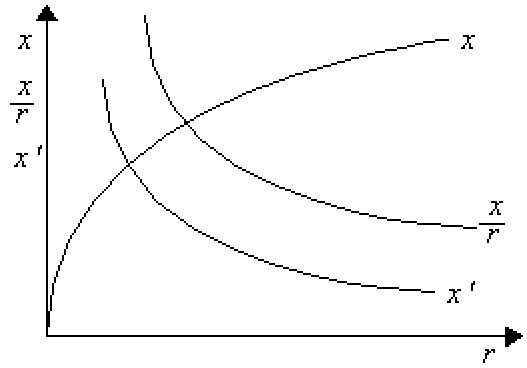


Abbildung 8: $x = \sqrt{9r}$

Der Durchschnittsertrag sinkt zwar für steigendes r, liegt aber immer über dem Grenzertrag!

$x = 2r^2$

$x' = 4r > 0 \qquad x'' = 4 > 0 \qquad \Rightarrow$ konvex

$\frac{x}{r} = \frac{2r^2}{r} = 2r$

$x' > \frac{x}{r} \quad \Leftrightarrow \quad 4r > 2r \qquad \Rightarrow$ Hypothese II (siehe Abb. 9)

Bei progressivem Verlauf des Gesamtertrags wächst der Durchschnittsertrag mit steigenden Faktoren, der Gesamtertrag liegt aber immer über dem Durchschnittsertrag!

8.3 Aufgabe 8.3

Siehe Lösungsbeiblatt.

8.4 Aufgabe 8.4

Ermitteln Sie eine maximale Produktion unter folgenden Bedingungen:

$$x = \sqrt{r_1} \cdot \sqrt{r_2} \qquad \bar{K} = p_1 \cdot r_1 + p_2 \cdot r_2$$

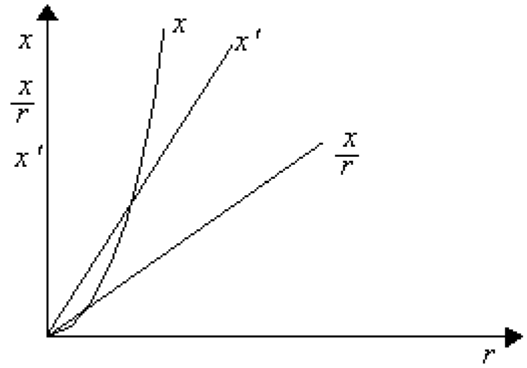


Abbildung 9: $x = 2r^2$

mit dem Kostenbudget $\bar{K} = 100$ und den Faktorpreisen $p_1 = 1$ und $p_2 = 2$.
Lösung möglich durch Lagrange-Ansatz.

$$\max p : r_1^{\frac{1}{2}} \cdot r_2^{\frac{1}{2}} + \lambda(100 - r_1 - r_2)$$

mit $\frac{\partial p}{\partial r_1} = \frac{\partial p}{\partial r_2} = \frac{\partial p}{\partial \lambda} \overset{!}{=} 0$

Oder – hier einfacher – aus Nebenbedingung Bestimmungsgleichung für einen Faktor ableiten:
aus:

$$100 = r_1 + 2r_2 \Rightarrow r_1 = 100 - 2r_2$$

$$\Rightarrow \max x = (100 - 2r_2)^{\frac{1}{2}} \cdot r_2^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial x}{\partial r_2} \overset{!}{=} 0 = \frac{1}{2}(100 - 2r_2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2) \cdot r_2^{\frac{1}{2}} + (100 - 2r_2)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} r_2^{-\frac{1}{2}}$$

$$= -\frac{r_2^{\frac{1}{2}}}{(100 - 2r_2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{(100 - 2r_2)^{\frac{1}{2}}}{2r_2^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow 2r_2 = 100 - 2r_2$$

$$\Rightarrow r_2 = 25 \qquad r_1 = 100 - 2 \cdot 25 = 50$$

wegen $\frac{\partial^2 x}{\partial^2 r_2} < 0$ liegt auch wirklich ein Maximum vor.
Diese Input-Aufteilung zur Erreichung eines maximalen Outputs *muss* auch wirklich so sein, denn es gilt allgemein (vgl. Vorlesung):
Im (Produktions-)Optimum ist das Faktorpreisverhältnis gleich dem Verhältnis der Grenzproduktivität.

$$\frac{\mu p_1}{\mu p_2} = \frac{\frac{1}{2} r_1^{-\frac{1}{2}} \cdot r_2^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} r_2^{-\frac{1}{2}} \cdot r_1^{\frac{1}{2}}} = \frac{r_2}{r_1} \overset{\text{Optimum}}{=} \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2r_2 = r_1$$

$$r_2 = 25 \qquad r_1 = 50$$

Maximaler Output dabei: $x = \sqrt{50} \cdot \sqrt{25} = 35,36$

8.5 Aufgabe 8.5

Definieren und berechnen Sie:

1. **Break-Even-Punkt:**
   dort erreicht, wo gilt:
   $$k_v(x) = p \qquad (p - k_v) \cdot x - k_{fix} = 0$$
   hier:
   $$\begin{aligned} 2x^2 - 20x + 74 &= 50 \\ 2x^2 - 20x + 24 &= 0 \\ x^{BE} &= 1,39 \end{aligned}$$
   Ab dieser Ausbringungsmenge wird positiver Deckungsbeitrag (DB) erzielt, weniger zu produzieren sollte auf jeden Fall vermieden werden.

2. **Betriebsminimum**
   hier gilt:
   $$\begin{aligned} k_v'(x) &= 0 \\ 4x - 20 &= 0 \\ x^{Bmin} &= 5 \end{aligned}$$
   Bei dieser Ausbringungsmenge produziert die Unternehmung mit minimalen variablen Kosten.

3. **Betriebsoptimum**
   dieser Punkt liegt vor bei
   $$K'(x) = 0$$
   wegen $k_{fix} = 0$ gilt $K'(x) = k_v'(x) = 0 \Rightarrow x^{Bopt} = 5 = x^{Bmin}$
   Bei diesem Punkt ist die „Rendite pro Stück“ maximal!

4. **Betriebsmaximum und den damit verbundenen Gewinn**
   hier gilt Grenzerlös = Grenzkosten
   $$\begin{aligned} 50 &= 6x^2 - 40x + 74 \\ 0 &= 6x^2 - 40x + 24 \\ x^{Bmax} &= 6 \end{aligned}$$
   Bei dieser Ausbringungsmenge liegt das Gewinnmaximum vor, hier:
   $$G(x) = E(x) - K(x)$$
   $$\Rightarrow \quad G(x) = 50 \cdot 6 - 2 \cdot 6^3 + 20 \cdot 6^2 - 74 \cdot 6 = 144$$

8.6 Aufgabe 8.6

Siehe ausgeteiltes Lösungsblatt.

9 Übungsblatt 9: Betriebliche Leistungserstellung -b-

9.1 Aufgabe 9.1

a) **Berechnen Sie die Minimal- und Maximalkapazität des Aggregates. Mit welcher Kapazität würden Sie es unter kostenminimalen Gesichtspunkten betreiben?**

Aus technischen Gründen müssen die 3 Maschinen mit der gleichen Fertigungsgeschwindigkeit laufen.

$x_{min} = \max\limits_{A,B,C}\{40; 50; 40\} = 50$

$x_{max} = \min\limits_{A,B,C}\{110; 140; 95\} = 95$

Bewertung zu $\frac{GE}{ME}$ des Aggregats:

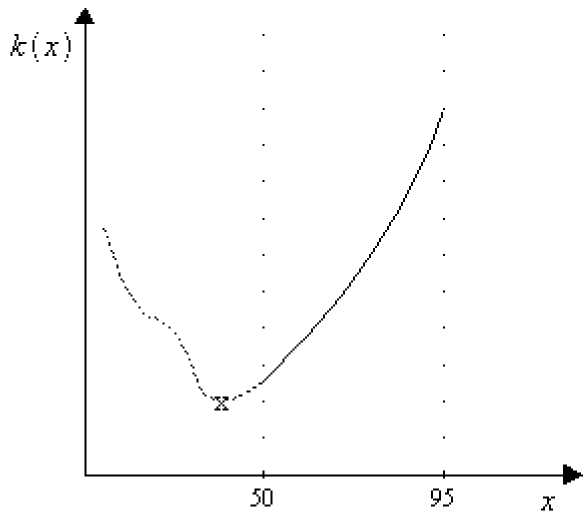
$k(x) = k_A(x) + k_b(x) + k_C(x) = 0,3x^2 - 27x + 1000$

$k'(x) \stackrel{!}{=} 0 = 0,6x - 27 \quad \Leftrightarrow \quad x^* = 45$ ist minimale Lsg., da $k''(x) > 0$

da aber $x^* = 45 \notin [50; 95] \quad \Rightarrow x_{opt} = 50$

Der optimale, d.h. stückkostenminimale Verbrauch ergibt sich bei $x_{opt} = 50$ zu:

$k^*(x_{opt}) = k^*(50) = 750 - 1350 + 1000 = 400\ [\frac{PF}{ME}]$



b) **Mit welcher Kapazität würden Sie es unter dem Gesichtspunkt Deckungsbeitragsmaximierung betreiben, wenn Sie von einem Verkaufspreis von $6,-$ DM/Stück ausgehen können?**

$$\begin{aligned} DB &= \big(p - k(x)\big) \cdot x \\ &= (600 - 0,3x^2 + 27x - 1000) \cdot x \\ &= -0,3x^3 + 27x^2 - 400x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DB'(x) &\stackrel{!}{=} 0 \\ &= -0,9x^2 + 54x - 400 \\ x_{1,2} &= \frac{60}{2} \pm \sqrt{900 - 444,4} \\ \Leftrightarrow \qquad x_{1,2} &= 30 \pm 21,34 \\ x_{DB_{opt}} &= 51\ [\frac{ME}{ZE}], \text{ da } DB'' = -1,8x + 54 < 0 \text{ nur für } x > 30 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Interpretation:

Die stückkostenminimalen Herstellungskosten von 4,– DM sind ungleich (kleiner) den deckungsbeitrag-maximalen Herstellungskosten von $k(51) = 4,03$ [DM].

9.2 Aufgabe 9.2

Siehe Lösungsbeiblatt.

9.3 Aufgabe 9.3

1. **Berechnen Sie, aufbauend auf den ökonomischen Verbrauchsfunktionen, die Mengen-Kosten-Leistungsfunktionen sowie Zeit-Kosten-Leistungsfunktionen der Aggregate.**

   Die MKL-Funktionen sind zu ermittlen, in dem die UFen mit den Preisen der P.-Faktoren bewertet und aufsummiert werden:

   Aggregat 1:

$$\begin{aligned} k_1(x_1) &= p_1 \cdot v_{11} + p_2 \cdot v_{12} \\ &\qquad \left[\frac{GE}{kwh}\right] \cdot \left[\frac{kwh}{ME}\right] + \left[\frac{GE}{kg}\right] \cdot \left[\frac{kg}{ME}\right] = \left[\frac{GE}{ME}\right] \\ &= 0,2 \cdot (10 + x_1) + 10 \cdot (1,8 - 0,1x_1 + 0,004x_1^2) \\ &= 20 - 0,8x_1 + 0,04x_1^2 \qquad (\hat{=} \text{ Stückkkosten } A_1) \end{aligned}$$

   Aggregat 2:

$$\begin{aligned} k_2(x_2) &= p_1 \cdot v_{21} + p_2 \cdot v_{22} \\ &= 0,2 \cdot (5 + 1,5x_2) + 10 \cdot (2,4 - 0,11x_2 + 0,01x_2^2) \\ &= 25 - 0,8x_2 + 0,1x_2^2 \qquad (\hat{=} \text{ Stückkkosten } A_2) \end{aligned}$$

   Aus der MKL-Funktion sind die ZKL-Funktionen durch Multiplikation mit der Intensität x abzuleiten:

$$ZKL_1 = K_1(x) = k_1(x_1) \cdot x_1 = 20x_1 - 0,8x_1^2 + 0,04x_1^3$$
$$ZKL_2 = K_2(x) = k_2(x_2) \cdot x_2 = 25x_2 - 0,8x_2^2 + 0,1x_2^3$$

2. **Berechnen Sie die kostenminimale Einsatzzeit und Intensität der Aggregate für eine geforderte Produktion von $x = 50$ bzw. $x = 60$.**

   1. Schritt: Bestimmung der optimalen Intensitäten und der zugehörigen Grenzkosten:
   $\frac{\partial K_1(x_1)}{\partial x_1} = -0,8 + 0,08x_1 \stackrel{!}{=} 0 \qquad \Rightarrow \quad x_{1,opt} = 10 \in [5; 20]$
   mit $K_1(x_1 = 10) = 20 - 0,8 \cdot 10 + 0,04 \cdot 10^2 = 16 \quad (\hat{=}$ minimale Stückkosten von $A_1)$
   $\frac{\partial K_2(x_2)}{\partial x_2} = -0,8 + 0,2x_2 \stackrel{!}{=} 0 \qquad \Rightarrow \quad x_{2,opt} = 4 \in [0; 20]$
   mit $K_2(x_2 = 4) = 25 - 0,8 \cdot 4 + 0,01 \cdot 4^2 = 23,4 \quad (\hat{=}$ minimale Stückkosten von $A_2)$

   2. Schritt: Da $\underbrace{k_1^*}_{=16} < \underbrace{k_2^*}_{=23,4} \quad \Rightarrow$ zeitliche Anpassung von A_1
   wegen $t_1 \leq 5$ folgt:
   $0 \leq A_1 \leq x_{1,opt} \cdot t_{1,max} = 10 \cdot 5 = 50$
   d.h. Output von $x = 50$ kostenminimal produzieren (auf A_1 mit Intensität $x_1 = 10$ und max. Zeit von $t_1 = 5$)

3. Schritt: Bestimmung der Übergangsintensität $x_{ü}$

$$K_1'(x_1) \stackrel{!}{=} K_2(x_{2,opt} = 4)$$

$K_1'(x_1) = \frac{\partial K_1(x_1)}{\partial x_1} = 20 - 1,6x_1 + 0,12x_1^2 \stackrel{!}{=} k_2^* = 23,4$

$\Leftrightarrow 0,12x_1^2 - 1,6x_1 - 3,4 = 0$

$\Leftrightarrow x_1^2 - 13,3x_1 - 28,3 = 0$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{13,3}{2} \pm \sqrt{\frac{(13,3)^2}{4} + 28,3} = 15,2$

damit produzierbar: $15,2 \cdot \underbrace{5}_{=t_{1,max}} = 76 \quad > 60$

d.h. kostengünstigst werden 60 ME produziert auf A_1 mit einer Intensität von $\frac{60}{5} = 12\ [\frac{ME}{ZE}]$

9.4 Aufgabe 9.4

a) **Mit welchen Intensitäten sollten die Aggregate A_1 bzw. A_2 unter der Zielsetzung minimaler Stückkosten betrieben werden?**

$$k_1(d_1) = \frac{1}{2}(d_1 - 16)^2 + 4 \quad \rightarrow \quad d_1^* = 16 \in [5; 23]$$

$$k_2(d_2) = \frac{1}{4}(d_2 - 20)^2 + 6 \quad \rightarrow \quad d_2^* = 20 \in [5; 36]$$

b) **In welcher Reihenfolge sollten die Aggregate aktiviert werden?**

$$\left.\begin{array}{l} k_1(d_1^*) = k_1(16) = 4 \\ k_2(d_2^*) = k_2(20) = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \text{erst } A_1\text{, dann } A_2$$

zeitliche Anpassung ist für A_1 möglich im Bereich [0;40].

c) **Berechnen Sie die optimalen Übergangsintensitäten und Übergangsmengen von A_1 auf A_2 bzw. von A_2 auf A_1.**

Erst einmal zeitliche Anpassung des 1. Aggregats bis $t_{A_1} = 40$.

Dann gilt: bei eingeschränkter zeitl. Anpassung ($t_{A_1} = 40$) variieren die Grenzkosten von A_1 mit der dann notwendigen intensitätsmäßigen Anpassung d_1, während sie im Bereich zeitl. Anpassung bei A_2 dort konstant gleich den minimalen Stückkosten $k_2(d_2^*) = 6$ sind.

$$k_1'(\underbrace{d_1}_{d_{ü}}) \stackrel{!}{=} k_2(d_2^*)$$

Ansatz: $\frac{\partial(k_1(d_1) \cdot d_1)}{\partial d_1} = \frac{\partial K_1(d_1)}{\partial d_1} \stackrel{!}{=} k_2^*(d_2) = 6$

$\Rightarrow d_1 \cdot (d_1 - 16) + 1 \cdot \frac{1}{2}(d_1^2 - 32d_1 + 256) + 4 \stackrel{!}{=} 6$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}d_1^2 - 32d_1 + 132 \stackrel{!}{=} 6$

$\Leftrightarrow d_1^2 - \frac{64}{3}d_1 + \frac{252}{3} = 0$

$\Rightarrow d_1 = \frac{64}{6} \pm \sqrt{(\frac{64}{6})^2 - \frac{252}{3}} = 10,67 \pm 5,46 = \underline{16,13}\ [ME/ZE] \quad \hat{=}\ d_{ü,A_1 \rightarrow A_2}$

Bei dieser Leistungsintensität auf A_1 ist das Aggregat A_2 zuzuschalten – mit $d_2^* = 20$ und zeitlicher Anpassung –, da eine weitere Intensitätserhöhung auf A_1 gegenüber der Zuschaltung von A_2 kostenungünstiger wäre:

$\rightarrow$ optimale Übergangsmenge: $16,13 \cdot \underbrace{40}_{t_{A1,max}} = 645$

Ab hier erfolgt dann eine zeitliche Anpassung von A_2 bis maximal $t_{A_2} = 30[ZE]$.

Wird dann noch weiterproduziert, müssen beide Aggregate weiter intensitätsmäßig angepasst werden.

Siehe auch Grafik 10.

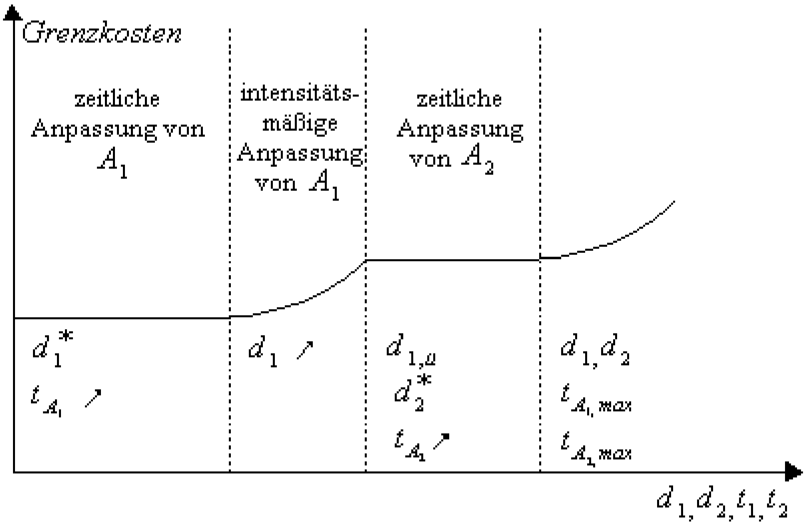


Abbildung 10: Anpassung der Aggregate

9.5 Aufgabe 9.5

Siehe Lösungsbeiblatt.

10 Übungsblatt 10 - Fertigungswirtschaft

10.1 Aufgabe 10.1

Beschreiben Sie in kurzen Zügen die wesentlichen Fertigungstypen und leiten Sie daraus den jeweils sinnvollen Organisationstyp der Fertigung ab.

- Von einer *Einzelfertigung* wird gesprochen, wenn jedes Erzeugnis eine Individualität darstellt, also kein Erzeugnis dem anderen auch nur annähernd gleich ist. Die Fertigung erfolgt in der Regel auf Bestellung unter *handwerklichen Bedingungen* bzw. in einer *Werstattfertigung.*

  Ist kein Transport möglich, müssen alle Produktionsfaktoren zum Ort der Fertigung gebracht werden *(Baustellenfertigung).* Schwierige Fertigungsvorbereitung, oft spezielle Betriebsmittel und Beschaffung.

- Bei der *Serienfertigung* werden bereits einheitliche Erzeugnisse in größerer Stückzahl hintereinander oder gleichzeitig gefertigt: *Serie, Lose.*

  Die Fertigungseinrichtungen müssen nach jedem Erzeugniswechsel umgerüstet werden: kleine Lose, oft hohe Rüstkosten, *Problem der optimalen Losgröße.*

  Möglichkeiten der Automatisierung sind begrenzt, eventuell durch moderne Prozesssteuerung.

  Am besten geeignet ist die *Werkstattfertigung.*

- *Sortenfertigung:* Die verschiedenen Sorten können hier noch auf der gleichen Produktionsanlage gefertigt werden. Die Erzeugnisse sind verschiedene „Spielarten“ nach Abmessung, Qualität, ... eines Grunderzeugnisses.

  Bei der Sortenfertigung bestehen fertigungstechnische Unterschiede, trotzdem kann oft schon auf die *Fließfertigung* zurückgegriffen werden, wodurch die Anforderungen der Betriebsmittel, Arbeitskräfte und Fertigungsvorbereitungen abnehmen.

- Bei der *Massenfertigung* werden *gleichartige* Erzeugnisse in *großen Mengen* über einen relativ langen Zeitraum gefertigt.

  Dazu ist die *Fließband- bzw. vollautomatische Fertigung* geeignet.

  Eine Extremform ist die starre Verkettung, wie z.B. bei einer Transferstraße. Die Folgen sind hohe Investitionen und geringe Flexibilität.

10.2 Aufgabe 10.2

Siehe Lösungsbeiblatt.

10.3 Aufgabe 10.3

a) **Ermitteln Sie den augenblicklichen Monatserfolg der Unternehmung.**

$$G = \sum_{i=1}^{3} (p_i - k_{v_i}) \cdot x_i - k_{fix}$$
$$= (750 - 550) \cdot 20000 + (820 - 720) \cdot 12000 + (910 - 800) \cdot 4000 - 3440000 = 0$$

d.h. kein Gewinn pro Monat!

b) **Die Unternehmung hat sich entschlossen, nur noch die Sorten zu produzieren, die – nach der Vollkostenrechnung – einen positiven Gewinn bringen.**
Wie verändert sich das Unternehmensergebnis?
Welche Schlüsse ziehen Sie daraus für die Entscheidungsfindung?

Nach Vollkosten nur noch Produktion von Reifen B.

Mit den angegebenen Daten sind von B 33330 Stück produzierbar:

$$G = (820 - 720) \cdot 33330 - 3440000 = -107000$$

Schlussfolgerung: Entscheidungen nach der Vollkostenrechnungen (VKR) – unter der Prämisse der Nichtabbaufähigkeit von Fixkosten – falsch: fixe Kosten werden künstlich willkürlich proportionalisiert und zugewiesen.

c) **Welches Produktions- und Absatzprogramm pro Monat würden Sie – aufgrund Ihrer schon bis jetzt gewonnenen Einsichten in die Kostenrechnung – als optimal für das Unternehmen vorschlagen? Welches Monatsergebnis läßt sich damit erzielen? Begründen und kommentieren Sie Ihre Vorgehensweise.**

Entscheidungskriterium: Deckungsbeitragsmaximierung

d.h. (Preis − variable Kosten) → max

Hier nur ein Engpass und positive Deckungsspannen für alle 3 Produkte: Kriterium der relativen Deckungsspannen anwendbar!

Reifen	Preis	k_{var}	$\frac{DB}{ME}$	$\frac{ME}{Std}$	rel. DB pro Engpass-Std.	Rang
A	750	660	90	83,33	7499,7	1
B	820	720	100	66,66	6666	2
C	910	800	110	50	5500	3

Da keine Marktrestriktionen angegeben sind, werden die verfügbaren 500 Maschinenstunden nur für die Produktion von Reifen A verwendet.

$G_{max} = 90 \cdot 41665 - 3440000 = 309850 \quad \gg 0 \quad \Rightarrow$ positives Monatsergebnis!!

10.4 Aufgabe 10.4

Relative Deckungsbeitrags-Maximierung

a) **Welche Produktionsmengen sind gewinnmaximal?**

Beide Produkte besitzen positive DBe!

→ möglichst viel produzieren und absetzen!

Restriktionen:

Absatzmenge: $x_1 < 5000 \qquad x_2 < 6000$

Rohstoffmenge: Ressourcenverbrauch kann zur Berechnung spezifischer DB herangezogen werden:

$$p_1 : \frac{25-15}{3} = 3,3 = DB_{s,1}$$

$$p_2 : \frac{35-20}{1} = 15 = DB_{s,2}$$

⇒ wegen $DB_{s,2} = 15 > 3,3 = DB_{s,1}$: Produktion von Produkt (2) bis zur Absatzhöchstmenge von 6000 Stück

Verbleib der Ressource Rohstoff: $15000 - 6000 \cdot 1 = 9000kg$

⇒ $\frac{9000}{3} = 3000$ Stück von (1) produzierbar (< Marktobergrenze)

⇒ max. Gewinn $= (25-15) \cdot 3000 + (35-20) \cdot 6000 - 40000 = 80000 \frac{GE}{Monat}$

b) **Formulieren Sie das Problem als LP mit Zielfunktion und Nebenbedingungen und lösen Sie es grafisch.**

Jetzt kommen weitere Restriktionen hinzu: LP-Ansatz notwendig.

ZF: $\max 10x_1 + 15x_2 - 40000$

NB:
$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\leq 15000 \\ 2x_1 &\leq 9000 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 10000 \\ 0 \leq x_1 &\leq 5000 \\ 0 \leq x_2 &\leq 6000 \end{aligned}$$

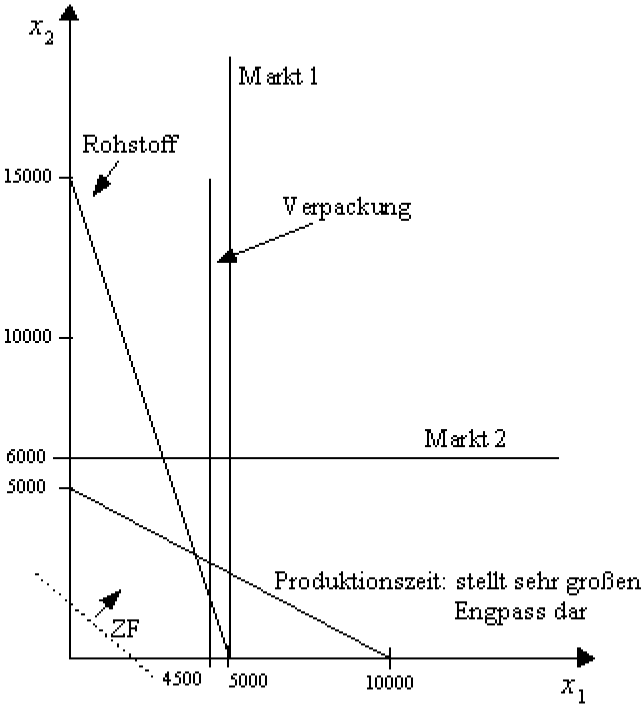


Abbildung 11: grafische Lösung des Problems 10.4 b)

10.5 Aufgabe 10.5

Ergänzung: Abb. 12

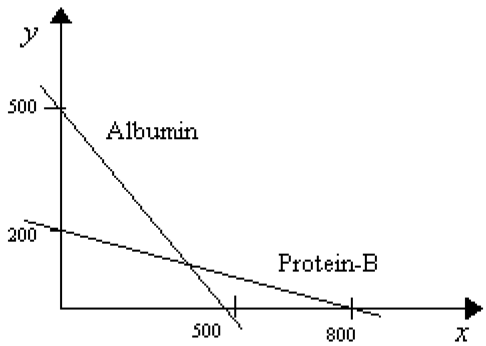


Abbildung 12: Ergänzung: fehlende Grafik auf dem Übungsblatt

a) 1) **In welchen Mengen stehen Protein-B und Albumin zur Verfügung?**

$5x + 5y \leq d \quad x = 0, y = 500$

$\Rightarrow d = 2500mg$

Zur Verfügung stehende Mengen: Albumin: 2500mg Protein-B: 20000mg

2) **Stellen Sie das Optimierungsproblem für einen gewinnmaximalen Produktionsplan formal dar (Zielfunktion und Nebenbedingungen)**

ZF: $\max z = x(p_x - 750) + y(p_y - 600) - 20000$

NB: $25x + 100y \leq 20000$ (Protein B)

$5x + 5y \leq 2500$ (Albumin)

3) **Wie sieht dieser Produktionsplan aus, wenn sicher ist, dass p_x im Intervall $[800, 900]$ und p_y im Intervall $[570, 720]$ liegen und die Geschäftsleitung nach dem MaxMin-Prinzip entscheidet?**

   Skorpiongift-IS (y) wird nach MaxMin-Kriterium nicht produziert, da negativer DB möglich.

   Schlangengift-IS (x) hat immer positiven DB und wird daher maximal produziert.

   (500ME: Engpass Albumim)

   $x^* = 500 \quad y^* = 0$

4) **Um welchen Betrag dürfen die Fixkosten gerade noch ansteigen, damit sich die Geschäftsleitung überhaupt noch nach dem MaxMin-Kriterium für die Produktion auch nur einer Sorte entscheidet?**

   Minimaler Gewinn aus 3):

   $G = 500 \cdot (810 - 750) - 20000 = 10000$

   d.h. Fixkosten dürfen um maximal 10000 GE steigen!

5) **Bestimmen Sie jetzt den optimalen Produktionsplan, den erwarteten Gewinn und zeichen Sie die Zielfunktion in das Schaubild ein.**

   $ZF : \max z : 60x + 120y - 20000$

   $\Rightarrow$ Gerade mit Steigung $-\frac{1}{2}$

   $\Rightarrow x^* = 400 \quad y^* = 100$

   Gewinn $= 400 \cdot 60 + 100 \cdot 120 - 20000 = 16000$

b) 1) **Skizzieren Sie die Stückkosten in Abhängigkeit des Outputs bei optimaler (d, t, q)-Anpassung.**

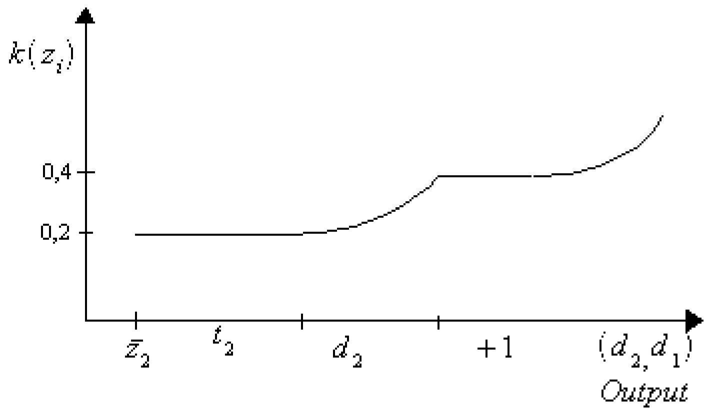


Abbildung 13: zeitliche Anpassung von A_1

2) **Wie hoch sind im Bereich zeitlicher Anpassung von A_1 die Grenzkosten?**

   Die Grenzkosten sind im Bereich der zeitlichen Anpassung von A_1 gleich den Stückkosten i.H. von 0,4 GE.

11 Übungsblatt 11 - Betriebliche Logistik -a-

11.1 Aufgabe 11.1

Gesucht ist ein kostengünstigster Transportplan.
Hier liegt ein klassisches Standardtransportproblem vor.
Ein leistungsfähiges Verfahren zur Lösung von linearen Transportproblemen stellt die sogenannte *Distributionsmethode* (Stepping-Stone-Methode) dar. Vorrausgesetzt wird dabei eine zuverlässige Ausgangsverteilung nach der Nord-West-Ecken-Regel bzw. der Matrix-Minimum-Methode (→ wird in OR-Vorlesung behandelt).
↪ Lösen der Aufgabe nicht streng formal, sondern anschaulich anhand eines bewerteten Digraphen:

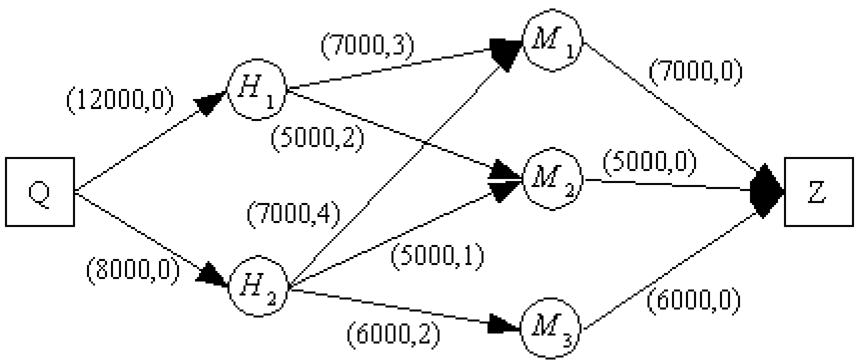


Abbildung 14: bewerteter Digraph zu 11.1 [Bewertung: (Kapazität,$\frac{\text{Kosten}}{\text{Stück}}$)]

Sofort ersichtlich: H_2 muss M_3 beliefern (in voller Höhe)!

6000 Stück → Kosten: $6000 \cdot 2 = 12000[GE]$

→ reduziertes Problem:

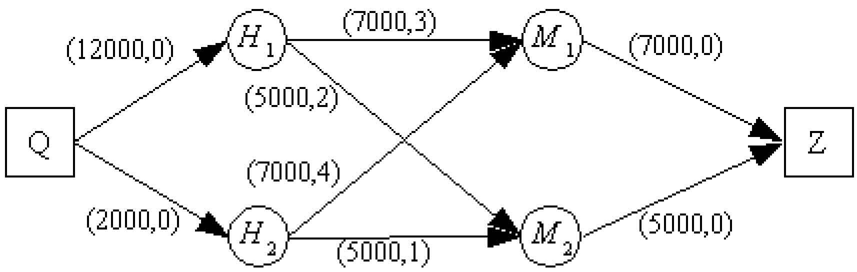


Abbildung 15: reduzierter Digraph zu 11.1 [Bewertung: (Kapazität,$\frac{\text{Kosten}}{\text{Stück}}$)]

→ H_2 bedient billigst M_2 mit 2000 Stück, Kosten $2000 \cdot 1 = 2000[GE]$

Rest von M_2 wird durch H_1 beliefert: 3000 Stück, Kosten $3000 \cdot 2 = 6000[GE]$

M_1 wird von H_1 beliefert: 7000 Stück, Kosten $7000 \cdot 3 = 21000[GE]$

$\Rightarrow \sum Kosten = 41000[GE]$

11.2 Aufgabe 11.2

a) **Beschreiben Sie das Transportproblem durch einen Digraphen mit den Pfeilbewertungen (Gesamtkosten, Gesamtzeit, Maximalkapazität).**

Siehe Abb. 16.

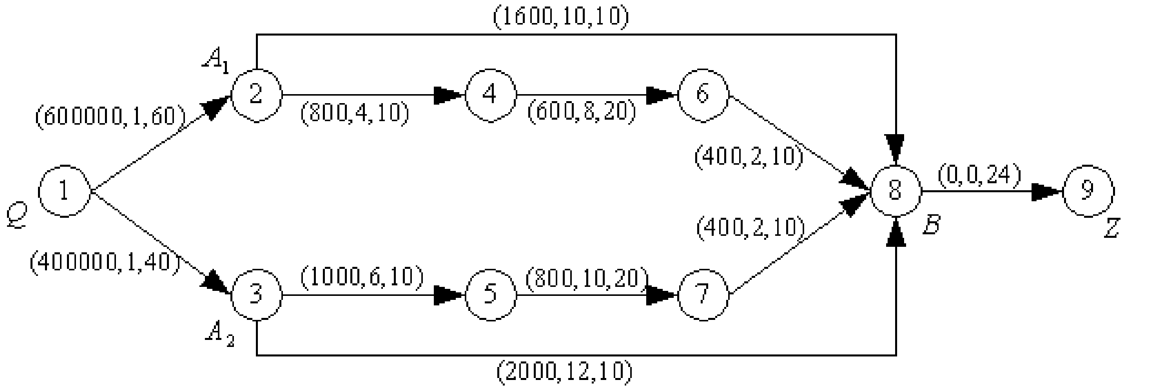


Abbildung 16: bewerteter Digraph zu 11.2 [Bewertung: (Gesamtkosten, Gesamtzeit, Maximalkapazität)]

b) **Auf welchem Weg kann der Bedarf des Autohändlers in minimaler Zeit bzw. mit minimalen Kosten gedeckt werden?**

Kapazität für alle Wege: $x \leq 10$

	A	B	C	D
Wege 1 $\rightsquigarrow$ 9	(1,2,8,9)	(1,2,4,6,8,9)	(1,3,5,7,8,9)	(1,3,8,9)
Kosten × PKW	1600	$1200 + 160x$	$1400 + 180x$	2000
Zeit × PKW	10	14	18	12
Kapazität	10	10	10	10

Gesamtbedarf: 24 PKW

Lösung:

10 PKW auf A	$\Rightarrow$	11 Tage:	101600
10 PKW auf D	$\Rightarrow$	13 Tage:	102000
4 PKW auf B	$\Rightarrow$	15 Tage:	41840
			$\sum = 245440$

11.3 Aufgabe 11.3

Optimaler Lagerabbau durch Transport

a) **Nennen Sie die entscheidungsrelevanten Kosten des Zulieferers und stellen Sie diese formal dar.**

i.) Transportkosten:

$$K_T = \frac{D}{x} \cdot k_T \quad \left[= \frac{100000}{x} \cdot 2500\right]$$

mit x := Transportmenge
D := Jahresbedarf
k_T := fixe Kosten pro Transportvorgang

ii.) Lagerkosten:

Durch Produktion baut sich das Lager auf, kann durch Transport abgebaut werden: Opportunitätsüberlegung ist vom erzielbaren Preis $p = 25 \frac{GE}{ME}$ und *nicht* von den Selbstkosten $k_S = 20 \frac{GE}{ME}$ anzugehen.

Ebenso kann für den Lagerkostensatz die Jahresgröße von 20 % p.a. genommen werden, da bei einer Produktionsgeschwindigkeit von 400 $\frac{ME}{Tag}$ bei 250 Arbeitstagen gerade der Jahresbedarf i.H.v. 100000 ME produziert wird:

$$\rightarrow \quad K_L = \frac{1}{2}x \cdot p \cdot k_L = \frac{1}{2}x \cdot 25 \cdot 0,2$$

b) **Bestimmen Sie die kostenminimale Anzahl der Transportvorgänge pro Jahr.**

Basis ist:

$$K = \frac{D}{x} \cdot k_T + \frac{1}{2}x \cdot p \cdot k_L \qquad \rightarrow \min.$$

$$\frac{\partial K}{\partial x} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad x^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot k_T}{k_L \cdot p}} \quad \stackrel{einsetzen}{\Rightarrow} \quad x^* = 10000$$

$$\rightarrow \quad n^* = \frac{D}{x^*} = 10 \qquad \text{kostenminimale Anzahl der Transportvorgänge.}$$

11.4 Aufgabe 11.4

Siehe Lösungsbeiblatt.

11.5 Aufgabe 11.5

Siehe Lösungsbeiblatt.

11.6 Aufgabe 11.6

Einstiegsaufgabe zu Bestellpolitik

a) **Wie hoch sind die jährlichen Lagerhaltungskosten, wenn der Gesamtbedarf nur einmal – zu Beginn des Jahres – bestellt wird?**

Daten: $D = 1000$ [ME] Höhe der Jahresbedarfs
Lagerhaltungskosten in $\frac{GE}{ME}$: 0,25 wenn ein Teil 1 Jahr lang auf Lager liegt

Annahme: Lagerbestand baut sich gleichmäßig ab, der Gesamtbedarf wird nur einmal bestellt

$\rightarrow$ jährliche Lagerhaltungskosten für Zukaufteile: $\frac{1000}{2} \cdot 0,25 = 125$

b) **Mit welchem Lagerkostensatz wird kalkuliert?**

$$\text{Lagerkostensatz: } \frac{\text{Lagerhaltungskosten}}{\text{ø wertmäßiger Lagerbestand}}$$

$$\frac{K_L}{\frac{1}{2}x \cdot p} = \frac{125}{\frac{2500}{2}} = 10\%$$

c) **Welche ist die optimale Losgröße pro Kaufauftrag?**

i.) Ermittlung der ZF: 2 Bestandteile:

1.) Bestell(fix)kosten:

$$K_{fix} = \frac{D}{x} \cdot k_f = \frac{D}{x} \cdot 5$$

mit x := Bestellmenge
k_f := fixe Bestellkosten

2.) Kosten der Lagerung: abhängig vom jeweiligen Bestellvolumen x und Verbrauch
Annahme hier: gleichmäßiger Produktionsbedarf

$\Rightarrow$ ZF: $K(x) = K_{fix}(x) + K_L(x) \quad \rightarrow \min$

$\Rightarrow \frac{D}{x} \cdot k_{fix} + \frac{1}{2}x \cdot k_{LHK} \quad \rightarrow \min$

$\Rightarrow 5 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2}x \cdot 0,25 = \frac{5000}{x} + \frac{1}{8}x \quad \rightarrow \min$

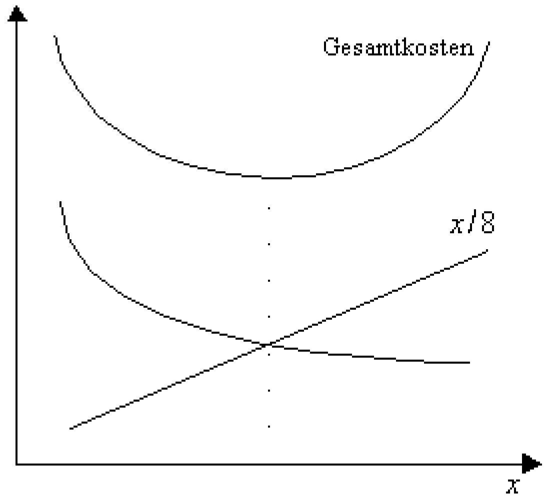


Abbildung 17: Gesamtkosten, Lagerkosten, Bestellkosten

ii.) Siehe Abb. 17.

iii.) Ermittlung der kostenminimalen Bestellmenge
$\rightarrow$ Es gilt in diesem Fall, dass der Schnittpunkt der gleichen Komponenten der Gesamtkostenfunktion das Minimum der Kosten darstellt.
$\rightarrow x^*$ über Ableitung:

$$\frac{\partial K}{\partial x} \overset{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-5000}{x^2} + \frac{1}{8} \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow x^* = 200$$

$\frac{\partial^2 K}{\partial^2 x} > 0 \quad (\Rightarrow \text{Minimum})$

$\Rightarrow$ optimal sind 5 Bestellungen pro Jahr:

$n^* = \frac{D}{x^*} = \frac{1000}{200} = 5$ (mit Einkaufswert $200 \cdot \underbrace{2,5}_{=p} = 500GE$)

d) **Überprüfen Sie das obige Ergebnis, indem Sie folgende Tabelle ausfüllen:**

1.	Einkaufsvolumen pro Bestellung in GE	250	500	833	1250	2500
2.	Zahl der Bestellmengen	10	5	3	2	1
3.	Bestellkosten in GE	50	25	15	10	5
4.	durchschnittliche Höhe des Lagers in GE	125	250	416	625	1250
5.	Lagerkosten in GE (10% vom Lagerwert)	12,5	25	41,6	62,5	125
6.	Gesamtkosten in GE	62,5	50	56,6	72,5	130

zu Punkt 6.: Punkte $3 + 5$

12 Übungsblatt 12 - Betriebliche Logistik -b-

12.1 Aufgabe 12.1

Siehe Lösungsbeiblatt.

12.2 Aufgabe 12.2

Um wieviel Prozent verringert sich dadurch der durchschnittliche Lagerbestand bei optimaler Bestellweise?
Zentrale $\leftrightarrow$ dezentrale Lagerung
Bisher: es wurde dezentral bestellt und gelagert.
Die optimalen Bestellmengen in Abhängigkeit ihrer Parameter belaufen sich auf:

$$x_1^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D_1 \cdot k_b}{k_v \cdot k_l}} \quad \text{bzw.} \quad x_2^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D_2 \cdot k_b}{k_v \cdot k_l}}$$

mit gegebenem $D_1 = 160000$ und $D_2 = 90000$
$\Rightarrow$ durchschnittlich gebundener Lagerbestand bei dezentraler Lagerung:

$$\frac{x_1^* + x_2^*}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2 \cdot k_b}{k_v \cdot k_l}} \cdot (\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2}) = \sqrt{\frac{k_b}{2 \cdot k_v \cdot k_l}} \cdot 700$$

Bei zentraler Bestellung und Lagerung gilt:

$$\frac{x^*}{2} = \sqrt{\frac{k_b \cdot (D_1 + D_2)}{2 \cdot k_v \cdot k_l}} = \sqrt{\frac{k_b}{2 \cdot k_v \cdot k_l}} \cdot \sqrt{(D_1 + D_2)} = \sqrt{\frac{k_b}{2 \cdot k_v \cdot k_l}} \cdot 500$$

d.h. Abnahme der durchschnittl. Lagerbestandsmenge um ca. $\underbrace{28,5\%}_{1-\frac{500}{700}}$, also erhebliche Kosteneinsparung

12.3 Aufgabe 12.3

Welche Menge soll noch zum alten Preis eingekauft werden?
Bestellmenge bei angekündigter Preiserhöhung $\rightarrow$ Lösung hier durch Grenzübergang
Es gilt: Solange „alter Preis“ plus (vermeidbare) Lagerungskosten *kleiner* als „neuer Preis“ erfolgt Zusatzbestellung sofort in Höhe von x_1^*:

Kosten	bei sofortiger Zusatzbestellung (pro Stück inkl. Lagerung)	bei späterer Bestellung zum neuen Preis (pro Stück)
Preis:	5,-	5,5
LHK:	$5 \cdot 0,0025 \cdot \frac{x_1^*}{10000}$	—
$\sum$	$5 + 1,25 \cdot 10^{-6} x_1^*$	5,5

$$\Rightarrow 5 + 1,25 \cdot 10^{-6} x_1^* \stackrel{!}{=} 5,5$$

$$\Rightarrow x_1^* = 0,4 \cdot 10^{+6} = 400000$$

Es wird also ein zusätzlicher Vorrat von 400000 ME zum Preis von 5,- bestellt, die Bestellmenge insgesamt beläuft sich also auf 410000 ME, der Vorrat reicht für 41 Wochen. Dann wieder Bestellpolitik von 10000 ME pro Woche zum Preis von 5,5 GE.

Kontrollrechnung:
Annahme: Es wird für die 42. Woche auf Vorrat bestellt.
Bestellkosten für die 42. Woche bei Vorratsbestellung:

$$\begin{array}{rccc} & 10000 \cdot (5 + 1,25 \cdot 10^{-2} \cdot 41) & \leftrightarrow & 5,5 \cdot 10000 \\ = & 55125 & \leftrightarrow & 55000 \end{array}$$

$\hookrightarrow$ Die „Bestellkosten“ für die 41. Woche sind:

$$\begin{array}{rccc} & 10000 \cdot (5 + 1,25 \cdot 10^{-2} \cdot 40) & \leftrightarrow & 5,5 \cdot 10000 \\ = & 55000 & \leftrightarrow & 55000 \end{array}$$

12.4 Aufgabe 12.4

Siehe Lösungsbeiblatt.

12.5 Aufgabe 12.5

Bestimmen Sie die minimalen gesamten Lagerkosten K^*, die optimalen Bestellmengen der einzelnen Perioden $x_t^*(t = 1, \ldots, 7)$ sowie die bestellfixen Kosten.
Aus vorliegender Kostenmatrix ist durch richtige Interpretation die optimale Lagerstrategie nach Wagner/Whitin ableitbar.
Gearbeitet wird mit den Werten der Kostenmatrix $(k_{t,j})$
Planungshorizont ist $j = T = 7$
$\Rightarrow$ gesucht ist minimale Kostengröße:

$$K^* = \min_{t \leq 7}\{k_{t,j}\} = 1430 = k_{6,7} \qquad\qquad j = 7$$

Rückwärtsschritt zur Ermittlung der Bestellpolitik:
$x_7 = 0$
$x_6 = \underbrace{20}_{\text{Bedarf in } t=7} + \underbrace{15}_{\text{Bedarf in } t=6} = 35$
d.h. in $t = 6$ wird der Restbedarf für 6 und 7 bestellt.
$\rightarrow$ Weiter ist:
$x_5 = 0$
$x_4 = 13 + 11 = 24$
$x_3 = 0$
$x_2 = 10 + 18 = 28$
$x_1 = 20$

$\Rightarrow$ Bestellvektor	(20	, 28	, 0	, 24	, 0	, 35	, 0	)
für $t =$	(1	, 2	, 3	, 4	, 5	, 6	, 7	)

Damit ist dann der Gesamtbedarf i.H.v. $\sum_{i=1}^{7} x_i^* = 107$ gedeckt.
Die Bestellfixen Kosten sind dann ablesbar an dem Element $k_{1,1}$, da hier keine Lagerkosten, sondern nur bestellfixe Kosten zum trage kommen:

$$k_{1,1} = k_0^* + k_B = 0 + k_B = 250 \qquad \Rightarrow \qquad k_B = 250$$

12.6 Aufgabe 12.6

Von deterministischer zu stochastischer Lagerhaltung.

a) **Betrachtet wird zunächst das Harris-Modell der Lagerhaltung (mit all seinen Annahmen und Implikationen).**

1. **Wie groß ist x^* und wieviel Bestellungen n^* erfolgen bei diesem Datensatz im Jahr (= 52 Wochen)? In welchem Rhythmus wird bestellt?**

$$x^* = \left(\frac{2 \cdot 5200 \cdot 8000}{0,1 \cdot 5200}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad\qquad \text{(bezogen auf 1 Jahr)}$$

mit: $D = 52 \cdot 100[to]$
$k_B = 8000\ [DM]$
$k_v = 5200\ [\frac{DM}{to}]$
$k_i = 0,1$
$\Rightarrow x^* = 400\ [to]$
$\Rightarrow n^* = \frac{D}{x^*} = \frac{5200}{400} = 13$ [Bestellungen pro Jahr]
Bestellrhythmus: $\tau = \frac{x}{d} = \frac{400}{100} = 4\ [Wochen]$

2. **Aus welchen Bestandteilen setzen sich die entscheidungsrelevanten Gesamtkosten zusammen und wie groß sind sie?**
   Die entscheidungsrelevanten Bestandteile der Gesamtkosten sind Bestellfixkosten und Lagerungskosten:

$$\begin{aligned} K_{Ges} &= k_b + K_l \\ &= \underbrace{\frac{D}{x^*}}_{n^*} \cdot k_b + \frac{1}{2} \cdot x^* \cdot k_l \cdot k_v = \ldots = 208000\ [GE] \end{aligned}$$

3. **Wie groß waren diese Gesamtkosten vorher, bei wöchentlicher Bestellung, und um wieviel Prozent könnten sie durch die Optimierungsüberlegung gesenkt werden?**
   Betrachtet werden nur die entscheidungsrelevanten Bestandteile:

$$x = 100 \qquad n = 52$$

$$\rightarrow K_{Ges} = 52 \cdot 8000 + \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 5200 \cdot 0,1 = 442000$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{442000 - 208000}{442000} \mathrel{\hat{=}} 53\% \quad \text{Kosteneinsparung durch Optimierung}$$

b) **jetzt: Übergang zur stochastischen Lagerhaltung**

$\rightarrow$ Bestellzeit z ist Zufallsvariable (ZV): $z \rightarrow \xi$, d.h. vom Zeitpunkt der Bestellung bis zum Eintreffen der Lieferung gibt es – im Gegensatz zu vorher – Schwankungen (angegeben bzw. charakterisiert durch σ^2)

$\rightarrow$ Für dieses Lagerhaltungsmodell werden benötigt:

- Bestellzeitbedarf: η
- 1 Woche $\hat{=}$ 5 Tage
- $\alpha \mathrel{\hat{=}}$ Meldemenge: $\alpha = SB + E(\eta)$
- $SB \mathrel{\hat{=}}$ Sicherheitsbestand (Stellschraube/Puffer)
- Lieferbereitschaft: $P(\eta \leq \alpha)$ ($\rightarrow$ Wahrscheinlichkeit, dass Lieferung noch rechtzeitig erfolgt)

$\rightarrow$ deterministischer Tagesbedarf: $d = \frac{100}{5} = 20\ [\frac{to}{Tag}]$

1. **Wie groß ist unter der Bedingung, dass bei einem Lagerbestand von 40 Tonnen, d.h. 2 Tage vor Räumung des Lagers, die Bestellung aufgegeben wird, die Lieferbereitschaft?**
   Der Bestellzeitbedarf ist eine Transformation der ZV ξ:

$$\eta(\xi) = d \cdot \xi$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & E\big(\eta(\xi)\big) = E(d \cdot \xi) = d \cdot E(\xi) = 40 \\ \rightarrow \quad & Var\big(\eta(\xi)\big) = Var(d \cdot \xi) = d^2 \cdot Var(\xi) = 20^2 \cdot 0,25 = 100 \end{aligned}$$

   Über Bestellzeit liegt Verteilungsannahme vor:

$$\xi \sim \lambda(E(\xi); Var(\xi)) \quad \overset{\text{hier}}{\Rightarrow} \quad N(2; 0,25)$$

   $\Rightarrow$ Lieferbereitschaft:

$$P(\eta \leq \alpha) = f(\alpha)$$

$$\rightarrow F(\alpha) \overset{\text{Standartverteilung}}{=} \Phi(\frac{\alpha - E(\eta)}{\sigma(\eta)})$$

$$\Rightarrow \Phi(\frac{\alpha - E(\eta)}{\sigma(\eta)} \sim N(0;1)$$

Mit $\alpha = SB + E(\eta)$ folgt:

$$\Phi\left(\frac{SB + E(\eta) - E(\eta)}{\sigma(\eta)}\right) = \Phi\left(\frac{SB}{\sigma(\eta)}\right) \overset{SB=0}{=} \Phi(0) = \frac{1}{2}$$

$\hat{=}$ 50% Lieferbereitschaft ohne SB

2. **Von der Unternehmensleitung kommt nun die Anweisung für eine 99%ige Lieferbereitschaft zu sorgen. Wie groß müsste dafür der Sicherheitsbestand SB sein?**
   Jetzt soll Lieferbereitschaft erhöht werden
   $\rightarrow$ SB als Stellschraube anpassen

$$\begin{array}{lrl} & P(\eta \leq \alpha) & \overset{!}{=} 0,99 \\ \Rightarrow & \Phi(\frac{SB}{\sigma(\eta)}) & \overset{!}{=} 0,99 \\ \Leftrightarrow & \frac{SB}{\sigma(\eta)} & = \Phi^{-1}(0,99) \\ \Leftrightarrow & SB & = \Phi^{-1}(0,99) \cdot \sigma(\eta) \\ \Leftrightarrow & SB & = \Phi^{-1}(0,99) \cdot d \cdot \sigma(\xi) \\ & & \\ \overset{\text{Tabelle}}{\Rightarrow} & SB & = 2,35 \cdot \sqrt{100} = 23,5\ [to] \end{array}$$

   Das bedeutet: bei $\alpha = 23,5 + \underbrace{2 \cdot 20}_{=d \cdot E(\xi)} = 63,5[to]$ Lagerbestand muss Bestellung aufgegeben werden

3. **Wie groß sind dabei die Kosten der Lagerung des Sicherheitsbestandes SB bezogen auf ein Jahr?**

$$K_l^{SB} = 23,5 \cdot \underbrace{5200}_{=k_v} \cdot \underbrace{0,1}_{=k_l}\ [to \cdot \frac{GE}{to}] = 12200\ [GE]$$

   Interpretation/Annahme:
   Da $E(\xi) = 2\ [Tage]$ zufallsbehaftet $\Rightarrow$ SB bleibt – mal mehr, mal weniger – konstant auf Lager.

12.7 Aufgabe 12.7

Siehe Lösungsbeiblatt.

13 Übungsblatt 13 - Marktforschung

13.1 Aufgabe 13.1

Siehe ausgeteiltes Lösungsblatt.

13.2 Aufgabe 13.2

a) **Wie können Sie dabei prinzipiell Daten über den Markt bekommen?**

- Markterkundeng $\hat{=}$ unsystematisches Sammeln gelegentlich zu erlangender Marktinformationen
- Marktforschung $\hat{=}$ systematisches Erlangen von objekt- und personenbezogenen Informationen in Form der
  - Primärforschung: orginäre Datenerhebung z.B. durch Beobachtung und Befragung
  - Sekundärforschung: abgeleitete Datenverwertung durch Auswertung vorhandenen Materials

b) **Als Sonderform der Datengewinnung kann das Panel angesehen werden. Was verstehen Sie darunter, und was muss bei der Datenauswertung berücksichtigt werden?**

Panel: hier wird ein bestimmter, gleichbleibender, repräsentativer Kreis von Auskunftspersonen – gegen Endgeld – über einen längeren Zeitraum hinweg fortlaufend befragt und beobachtet.

→ Die *Panelrepräsentativität* wird verzerrt durch die Panelsterblichkeit

→ Der *Paneleffekt* verändert das normale Kauf- und Konsumverhalten

c) **Eine erste aggregierte Rohform erhobener Daten liegt oft in Form einer sogenannten Datenmatrix vor. Was spiegelt eine solche Datenmatrix wieder?**

Die Zeilen der Datenmatrix spiegeln die interessierenden Objekte wieder, z.B. Konkurrenzprodukte, Konsumenten, ...:

$$O = \{1, \dots, m\}$$

Die Spalten repräsentieren die Merkmale, die diese Objekte problemadäquat beschreiben:

$$M = \{1, \dots, p\}$$

$$\Rightarrow \qquad A = (a_{ik}) \qquad\qquad i \in O, \quad k \in M$$

d) **Welche Typen von Merkmalsausprägungen gilt es dabei zu unterscheiden?**

- nominalskaliert
- ordinalskaliert
- intervall- bzw. verhältnisskaliert

e) 1. **Ermitteln Sie aus obiger Datenmatrix die Distanzmatrix mit Hilfe der City-Block-Metrik!**

City-Block-Metrik:

$$d_{(i,j)} = \sum_{K \in M} \gamma_K |a_{K(i)} - a_{K(j)}|$$

$\Rightarrow$

	A	M	K2	Z
A	0	9	6	7
M		0	5	8
K2			0	7
Z				0

2. **Berechnen und zeichnen Sie das Dendrogramm für das Single-Linkage-Verfahren und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Complete-Linkage-Verfahren.**

Single-Linkage:

	A	(M,K2)	Z
A	0	6	7
(M,K2)		0	7
Z			0

$\rightsquigarrow$

	(A,M,K2)	Z
(A,M,K2)	0	7
Z		0

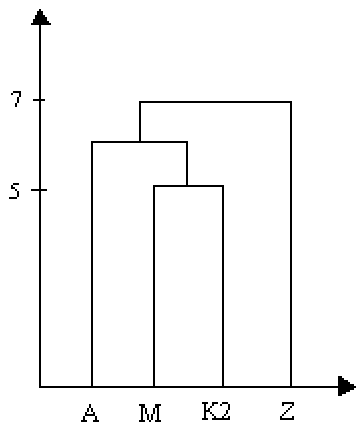


Abbildung 18: Dendrogramm zum Single-Linkage

Complete-Linkage:

	A	(M,K2)	Z
A	0	9	7
(M,K2)		0	8
Z			0

$\rightsquigarrow$

	(A,Z)	(M,K2)
(A,Z)	0	9
(M,K2)		0

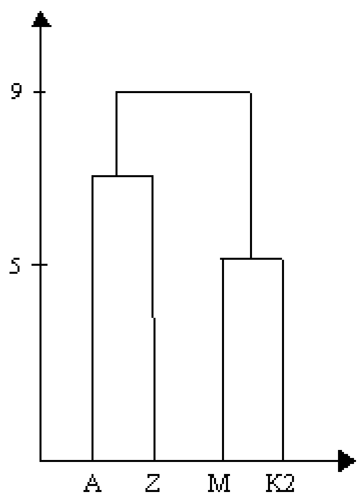


Abbildung 19: Dendrogramm zum Complete-Linkage

13.3 Aufgabe 13.3

Zeichnen Sie für beide Märkte die Lorenzkurve und berechnen Sie die Gini-Koefizienten. Auf welchem Markt herrscht eine höhere Konzentration?

Marktkonzentration: gemessen durch Gini-Koeffizient

Graphische Darstellung der Lorenz'schen Konzentrationskurve:

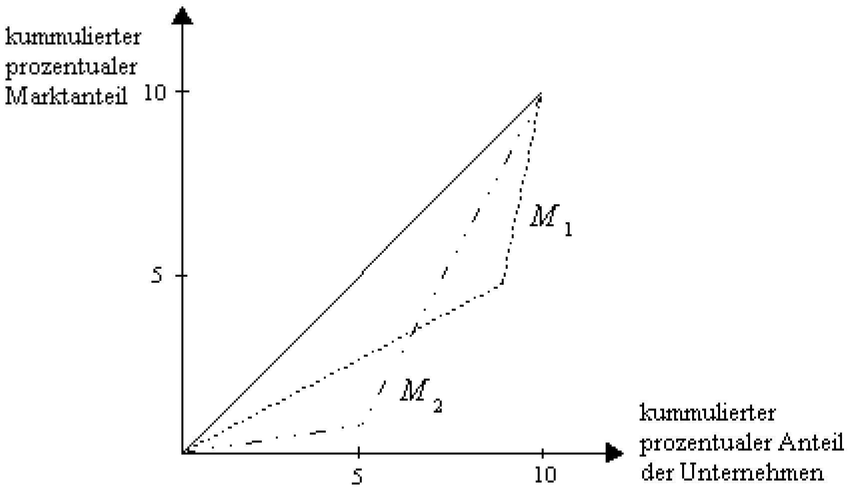


Abbildung 20: Graphische Darstellung der Lorenz'schen Konzentrationskurve.

Gini-Koeffizient:

$$G = \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{n} i \cdot p_i - (n+1)}{n}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{2 \cdot (\frac{50}{900} \cdot (1 + \ldots + 9) + \frac{1}{2} \cdot 10) - 11}{10} \\ &= \frac{2 \cdot (\frac{5}{90} \cdot 45 + 5) - 11}{10} = \frac{4}{10} = 0,4 \end{aligned}$$

Der Gini-Koeffizient für n_2 ist (mit der gleichen Formel) ebenfalls $0,4$, d.h. mit diesem Konzentrationsmaß herrscht auf beiden Märkten eine gleich hohe Konzentration.

13.4 Aufgabe 13.4

Siehe Lösungsbeiblatt.

13.5 Aufgabe 13.5

a) **Erstellen Sie aufgrund der obigen ex post Daten eine punktuelle Schätzung für die Parameter a und b des Exponentialmodells.**

Ansatz des Exponentialmodells:

$$100000 - ab^1 = 20000 \tag{1}$$

$$100000 - ab^2 = 35000 \tag{2}$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \qquad a = \frac{80000}{b}$$

$$\overset{in(2)}{\Rightarrow} \qquad 100000 - 80000 \cdot b = 35000$$

$$\Rightarrow \qquad \hat{b} = 0,8125$$

$$\Rightarrow \qquad \hat{a} = 98462$$

b) **Mit welchem Absatz ist für das dritte Quartal 2001 zu rechnen: $t = 5$.**

Ansatz:

$$\begin{aligned} X(5) - X(4) &= 100000 - 34867 - (100000 - 42910) \\ &= 8043 \end{aligned}$$

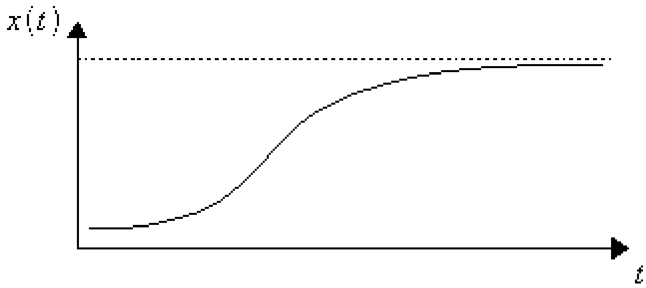
c) **In welcher Absatzperiode werden 60% des Marktpotentials erreicht sein?**

aus oben sofort ersichtlich: während der 5. Periode 60%.

d) **Ein weiteres langfristiges Prognosemodell ist das logistische:**

$$X(t) = M(1 + ab^t)^{-1} + u_t$$

Skizzieren Sie den typischen Verlauf dieser Funktion (ohne Zahlenwerte).



e) **Nach dem logistischen Modellansatz wird das Nachfragewachstum zunächst durch (stärker werdende) Marktwiderstände gebremst. Welcher wachstumshindernde Effekt tritt danach verstärkt ein?**

Stärker werdende Sättigungseffekte.

f) **Schätzen Sie mit Hilfe der angegebenen ex post Größen für einen Großrechner die Modellparameter der logistischen Funktion $M = 800$ (Marktpotential). Erstellen Sie aufgrund der geschätzten Prognosefunktion graphisch den Zeitreihen- bzw. Prognoseverlauf des Absatzvolumens. Wann werden vorraussichtlich 90% des Marktpotentials erreicht sein?**

zu schätzen sind die Modellparameter a und b mit $0 < b < 1$.

Schätzung könnte erfolgen durch:

- nichtlinearer Regressionsansatz ($\rightarrow$ Hauptstudium)
- punktuelle Schätzung (hier)

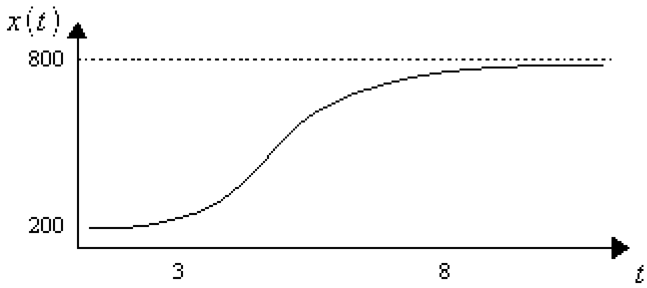
nimmt man z.B. die expost-Größen:

1. Quartal: $t = 1$ $\quad x_t = 10$
3. Quartal: $t = 3$ $\quad x_t = 100$

dann gilt:

$$l(1) = \frac{800}{1+ab^1} = 10$$
$$l(3) = \frac{800}{1+ab^3} = 100$$

$$\Rightarrow \quad 800 = 10 + ab \cdot 10$$
$$800 = 100 + ab^3 \cdot 100$$
$$\Rightarrow \quad \hat{b} = \sqrt{\frac{7}{79}} = 0,2977 \approx 0,3$$
$$\hat{a} \approx 265$$



$$\hat{y} = \frac{800}{1+265 \cdot 0,3^t} \stackrel{!}{=} 720$$
$$\Rightarrow t = \frac{\ln 0,004}{\ln 0,3} = 6,5$$

Ab $t = 6,5$ werden vorraussichtlich 90% des Marktpotenzials erreicht sein.

13.6 Aufgabe 13.6

Siehe ausgeteiltes Lösungsblatt.